Ce travail qui porte sur les chapitres 2 et début du 3 est à rendre pour le 27 Novembre.

Vous pouvez, au choix, rendre seul votre copie, ou rendre un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 ou 3 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction.

Les copies ou exercices rendus en retard, ou ne respectant pas ces consignes, ne seront pas corrigés.

Exercice I

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, et justifier comme il se doit :

Proposition 1 **:** On considère l'équation (F) suivante : $z^2 + z + 1 = 0$.

" L'équation (F) a deux solutions complexes dont le produit est égal à 1".

Proposition 2 : *" Pour tout réel a, l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$: $z^2 + 2az + a^2 + 1 = 0$ admet deux solutions non réelles".*

Proposition 3 : On considère dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z + |z|^2 = 7 + i$

" Cette équation admet deux solutions distinctes dans $\mathbb{C}$ ".

Exercice II

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^4 + z^2 - 1 = 0$.

2) Déterminer le réel m tel que $3 - 2i$ soit une solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 + mz + 13 = 0$ dans $\mathbb{C}$.

3) Soit a, b et c des réels avec a non nul. On suppose que l'équation : $az^2 + bz + c = 0$ admet deux solutions.

Exprimer $a(z_1 - z_2)^2$ en fonction de a, b et c. Intéressant non ? Quels résultats du cours peut-on alors retrouver à partir du calcul précédent ? Justifier.

Exercice III ***(Cet exercice est issu de MPSI)***

Soient u, v et w trois nombres complexes ayant pour module 1.

a) Montrer que $|u + v + w| = |uv + vw + uw|$.

b) En déduire que si $u + v + w = 0, alors\ u^2 + v^2 + w^2 = 0$.