

Corrigé

Soit A et B et C les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer à la machine les produits suivants : AB ; AC.

Réponse : $AB = \begin{pmatrix} 6 & -17 \\ 6 & 0 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$ 1 $AC = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 1

2. Calculer $D = (A - 2I_3)^2$.

Réponse : $D = \begin{pmatrix} 4 & -10 & 6 \\ -1 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 1,5

3. Donner l'inverse de A (on admet que A est inversible).

Réponse : $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 3 & -2,5 \\ 0 & -1 & 1 \\ -0,5 & -1 & 1,5 \end{pmatrix}$ 1,5 ou encore : $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 6 & -5 \\ 0 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Considérons le système suivant :
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ -x + y + 4z = -1 \\ 3x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

On pose $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a. Donner le vecteur colonne associé au second membre de ce système. On l'appellera B.

Réponse : $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1

b. Donner la matrice A associée à ce système, et écrire matriciellement ce dernier.

Réponse : $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ 2 et $AX = B$ 0,5

c. A l'aide de la calculatrice, résoudre ce système.

Réponse : $X = A^{-1}B$, donc $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{11} \\ 0 \\ -\frac{1}{11} \end{pmatrix}$ 0,5 $\mathcal{S} = \left\{ \left(\frac{7}{11}; 0; -\frac{1}{11} \right) \right\}$ 1