

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats : -0,5 sinon.

Exercice I (2 points)

Voici un QCM : Recopier sur votre copie, sans justifier, la bonne réponse et la lettre correspondante :

1. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 1}{x^2 + 1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

- a. $x = -2$;
- b. $y = -1$;
- c. $y = -2$;
- d. $y = 0$

2.

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$.

Pour chacune des deux affirmations ci-dessous, déterminer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

x	$-\infty$		-2		1	$+\infty$
f	5				1	

a. Affirmation 1 :

La droite d'équation $y = -2$ est asymptote horizontale à la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f .

b. Affirmation 2 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{f(x) - 5} = +\infty.$$

Exercice II (2,5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3e^x}{e^x + 2}$.

- 1) Calculer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 2) Démontrer que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe représentant f en $-\infty$.

Exercice III (5,5 points)

1) f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (-2\sin(x) + 3)e^{-4x}$.

Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$.

2) g est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (x+2)e^{-x}$.

a) Déterminer, en justifiant, la limite de g en $-\infty$.

b) Déterminer, en justifiant, la limite de g en $+\infty$.

Exercice IV (7 points)

Calculer les limites suivantes, en justifiant :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{e^x}{x-1} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 2x^2 + 1) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{31x} \quad : \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^3+x+3}{x^2-4x+1}}$$

Exercice V (3 points)

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(2024x^2) + 2x - 2025$.

a) Expliquer pourquoi : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 2x - 2026$, puis, déterminer en justifiant, la limite de f en $+\infty$.

b) Déterminer en justifiant la limite de f en $-\infty$.