Terminale Maths Groupe 1 ***Devoir surveillé numéro 3*** **(≈ 65 *minutes*)** ***Jeudi 17 Octobre 2024***

Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats.

Exercice d'échauffement **(2 *points*)**

a) Traduire en symboles mathématiques : une suite (u_n) diverge vers $+\infty$.

b) Dire ce que signifie en français : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -3$.

c) Factoriser par n^3 l'expression suivante : $4n^3 + 3n^2 - 2n + 1$.

Exercice I **(12 *points*)**

Déterminer, en justifiant, les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2 + 3n + 1)$ *b*) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2\sqrt{n}(n^2 + 1)$ *c*) $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^3 - n^2 + 1)$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}} + 4\right)(0{,}75 - 0{,}25 \times 0{,}84^n)$ *e*) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n^2} + 4}{-3 + 2\sqrt{n}}\right)$ *f*) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 5}\right)$

g) $\lim\limits_{n\to+\infty}(3^n - 4^n)$

Exercice III **(3 *points*)**

1) (u_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n non nul : $1 - 0{,}2^n \leq u_n \leq \frac{2}{n^2} + 1$.

Déterminer, en justifiant votre réponse, la limite de la suite (u_n).

2) (v_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n non nul : $v_n = \frac{(-1)^n + 3n^2}{n}$.

a) Monter que pour tout entier naturel n non nul, $v_n \geqslant 3n - \frac{1}{n}$.

b) En déduire, en justifiant, la limite de la suite (v_n).

Exercice IV **(1 *point*)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.
On peut affirmer que la suite (u_n) est :

a. majorée et non minorée.

b. minorée et non majorée.

c. bornée.

d. non majorée et non minorée.

Question 2

On considère deux suites (u_n) et (v_n) à termes strictement positifs telles que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et (v_n) converge vers 0 .
On peut affirmer que :

a. la suite $\left(\frac{1}{v_n}\right)$ converge.

b. la suite $\left(\frac{v_n}{u_n}\right)$ converge.

c. la suite (u_n) est croissante.

d. $\lim\limits_{n\to+\infty} (-u_n)^n = -\infty$

Exercice V **(2 _points_)**

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse donnée.
Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

On considère la fonction suivante écrite en langage Python :

```
def terme(N) :
    U =1
    for i in range(N) :
        U = U+i
    return U
```

Affirmation 1 : terme(4) renvoie la valeur 7.

On considère une suite (S_n) qui vérifie pour tout entier naturel n non nul :

$$3n-4 \leqslant S_n \leqslant 3n+4.$$

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = \frac{S_n}{n}$.
Affirmation 2 : La suite (u_n) converge.