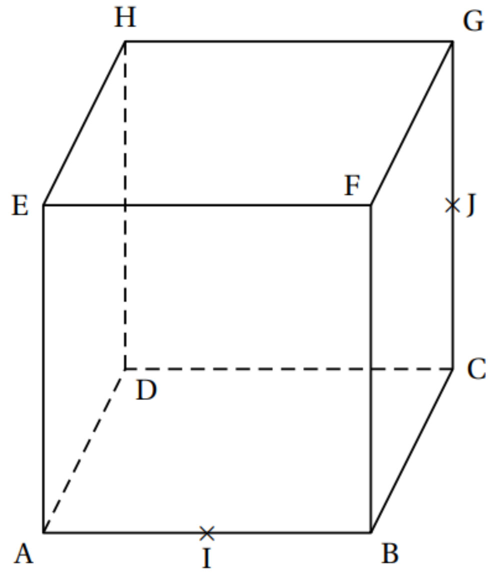
Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats.

Exercice 0 **(2,5 *points*)**

Le cube ABCDEFGH a pour arête 1 cm.
Le point I est le milieu du segment [AB] et le point J est le milieu du segment [CG].



On se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

a) Donner les coordonnées des points I, J et H. On justifiera seulement pour le point J.
b) Démontrer que les points I, J et H définissent un plan.

Exercice I **(5 *points*)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath};\ \vec{k})$.

Soit (d) la droite passant par le point A(0 ; 1 ; 4) et dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

Soit (d') la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases}x=-1+5t'\\ y=2+2t'\\ z=3-9t'\end{cases}$ où $t'\in\mathbb{R}$.

1*a*) Donner une représentation paramétrique de la droite (*d*).

1*b*) Les droites (*d*) et (*d'*) sont-elles parallèles ? Justifier.

1*c*) Déterminer avec soin la position relative des droites (*d*) et (*d'*).

2) Soit (Δ) la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases}x=9-4\lambda\\ y=2+4\lambda\\ z=13-4\lambda\end{cases}$ où $\lambda\in\mathbb{R}$.

Démontrer que les droites (*d*) et (Δ) sont strictement parallèles.

Exercice II **(1 *points*)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 4-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

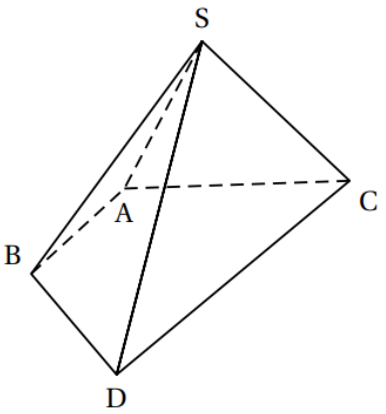
Soit N le point de coordonnées : N(2 ; 1 ; -1)

N appartient-il à la droite Δ ? Justifier.

Exercice III **(3 *points*)**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ d'unité 1 cm, on considère les points : A(3 ; −1 ; 1); B(4 ; −1 ; 0); C(0 ; 3 ; 2); D(4 ; 3 ; −2) et S(2 ; 1 ; 4).

Dans cet exercice on souhaite montrer que SABDC est une pyramide à base ABDC trapézoïdale de sommet S, afin de calculer son volume.



1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. **a.** Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

   b. Montrer que le quadrilatère ABDC est un trapèze de bases [AB] et [CD].

   On rappelle qu'un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles appelés bases.

Exercice IV **(2 *points*)**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points :

A(2 ; 1 ; −1), B(−1 ; 2 ; 1) et C(5 ; 0 ; −3).

On note $\mathscr{D}$ la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -t+3 \\ y = t+2 \\ z = 2t+1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Déterminer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse, en justifiant :

Affirmation : Les droites $\mathscr{D}$ et (AB) sont sécantes au point C.

Exercice V **(1,5 *points*)**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points suivants :

A(2 ; 0 ; 0), B(0 ; 4 ; 3), C(4 ; 4 ; 1), D(0 ; 0 ; 4)

On admet que les points A, C et D ne sont pas alignés.

Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

Exercice VI **(3 *points*)**

On considère les points A(1 ; 0 ; -3) et B(-2 ; -1 ; 0). Coquille de l'énoncé de départ ici rectifiée.

1) Démontrer que la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = 3t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$ où t∈ℝ, est une représentation paramétrique de la droite (AB).

2)

On considère la droite (d') de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -2 + 3k \\ y = -1 - 2k \\ z = 1 + k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

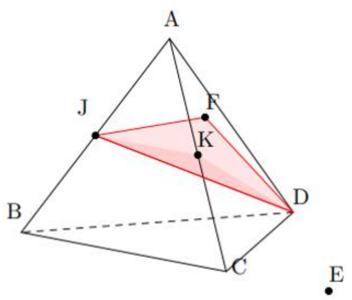
Déterminer avec soin la position relative des droites (AB) et (d').

Exercice VII **(2 *points*)**

ABCD est un tétraèdre. J est le milieu de [AB], K est le milieu de [AC].

Ainsi on a : $\overrightarrow{DJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}\right)$ *et* $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}\right)$ (inutile de démontrer ces deux relations).

On considère le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$



a. Montrer que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{DC}$.

b. En déduire que $\overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{DJ} + 3\overrightarrow{DK}$

On admet que les points D, J et K ne sont pas alignés. Que déduisez-vous concernant les points D, F, J et K ?