Nota bene ***: ce travail est à rendre pour le 10 Décembre. Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3 ou 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.***

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

Déterminer, en justifiant, chacune des limites suivantes :

a) $\lim\limits_{\begin{cases}x\to 1\\ x<1\end{cases}} \dfrac{x+1}{\sqrt{1-x}}$

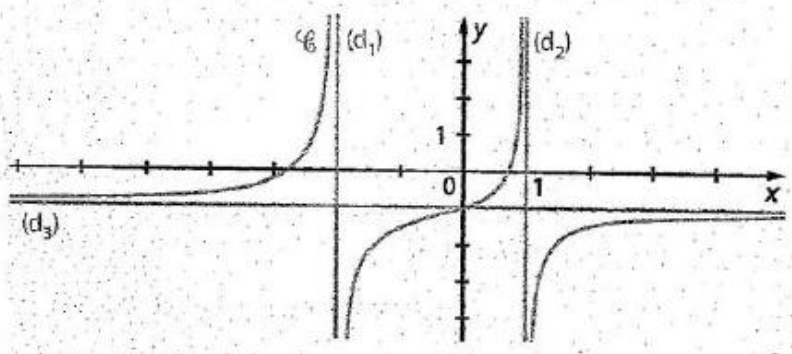
b) $\lim\limits_{x\to-\infty} (-2x + 30\sin(x))$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} (4x+3-2\sqrt{x})$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} (2 + \frac{cos^2(x)}{x})$

Exercice II

f est une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont des asymptotes à $\mathscr{C}$.



1. Donner une équation de chaque asymptote.
2. Lire sur le graphique les limites de *f* en $-\infty$, en $+\infty$, en -2 à gauche et à droite, en 1 à gauche et à droite.
3. Dresser le tableau de variation de *f*.

Exercice III

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

1. Lire dans le tableau les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Soit g la fonction telle que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
$\mathscr{C}_g$ est la courbe représentative de g.
a. Déterminer l'ensemble de définition de g.
b. Déterminer les limites de g en $-\infty$, en 3 (à gauche et à droite) et en $+\infty$.
c. En déduire l'existence d'asymptotes à $\mathscr{C}_g$.

Exercice IV

1) Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x-3}}$.

2) Démontrer que la courbe représentative de f admet deux asymptotes que l'on déterminera.

Exercice V

Faire chacun des petits exercices suivants de votre livre :

44 page 244 ; 54 page 245 ; 67 page 246 ; 77 page 246 ; 69 page 246

Exercice VI

101 page 251

Exercice VII

102 page 251.

Exercice VIII

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction cosinus hyperbolique, notée ch, par : pour tout réel x, $ch(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction sinus hyperbolique, notée sh, par : pour tout réel x, $sh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$.

On se propose d'étudier ces fonctions et de voir quelques propriétés les concernant.

a) Déterminer la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune de ces fonctions.

b) Montrer que la fonction ch est paire et à valeurs positives sur $\mathbb{R}$, et que sh est impaire sur $\mathbb{R}$.

c) Démontrer que pour tout réel x, $sh'(x) = ch(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction sh sur $\mathbb{R}$, puis dresser son tableau de variation.

d) Démontrer que pour tout réel x, $ch'(x) = sh(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction ch sur $\mathbb{R}$ puis dresser son tableau de variation.

e) Etudier la convexité de chacune de ces deux fonctions sur $\mathbb{R}$.

f) Démontrer que pour tout réel x, $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$.

g) On définit enfin la fonction tangente hyperbolique, notée th, par : $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$.

h) Déterminer son ensemble de définition.

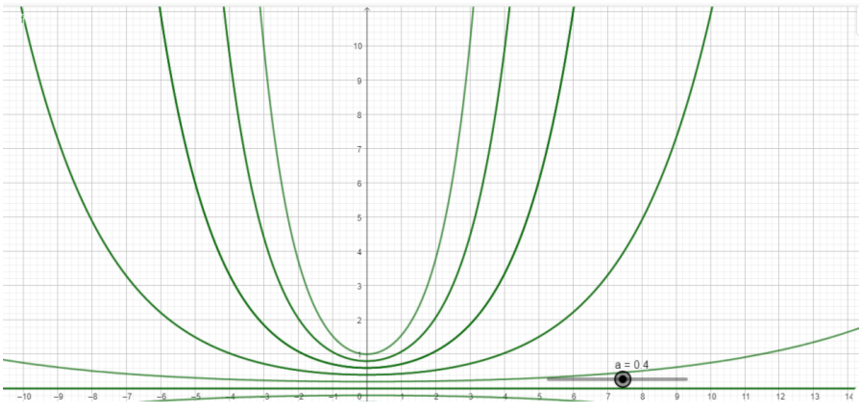
i) Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. Qu'en déduit-on concernant la courbe représentative de cette fonction ?

j) Déterminer le sens de variation de cette fonction et construire son tableau de variation.

k) A l'aide de Geogebra, tracer dans un même repère les courbes représentatives des trois fonctions étudiées dans cet exercice.

Point culture : la fonction *ch* sert à définir ce qu'on appelle les fonctions chaînettes : lorsqu'une chaîne, ou un câble est suspendu entre deux poteaux verticaux, la forme prise par la chaîne ou le câble est celle d'une chaînette modélisée par une fonction f de la forme : $f(x) = ach(ax)$ où a est un réel donné, alors que notre intuition et notre vue laisseraient à penser que c'est une parabole !

Voici quelques chaînettes :



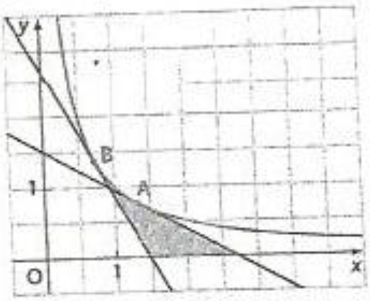
Les exercices suivants sont facultatifs et servent à se préparer au post bac.

I- **Vrai ou faux ?**

- Peut-on affirmer que si $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$?

II- Dans cet exercice, vous serez méthodiques et ne vous affolerez pas pour les calculs un peu lourds à mener !

La courbe rouge ci-dessous représente dans un repère orthonormé la fonction f définie pour $x > 0$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. a est strictement supérieur à 1.



Les points A et B de la courbe ont pour abscisses respectives a et $\frac{1}{a}$.

On note $S(a)$ l'aire du triangle coloré déterminé par les tangentes en A et B à la courbe et l'axe des abscisses.

Étudiez la limite de $S(a)$ lorsque a tend vers $+\infty$.