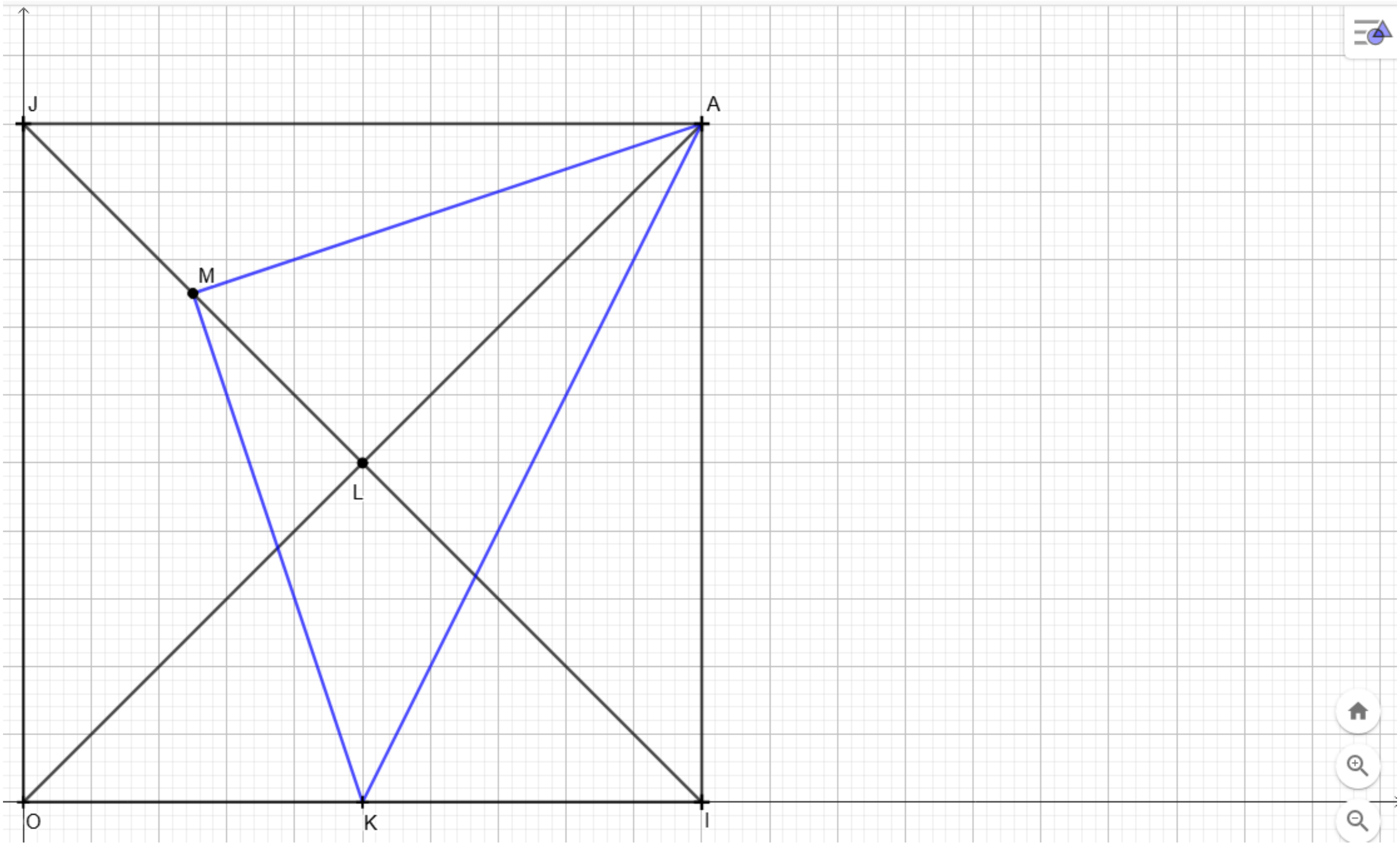
Nota bene **:** ***Ce travail est à remettre pour le 4 / 5 Décembre.***

Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.
AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE.

Exercice I

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère le carré $OIAJ$.
K est le milieu du segment $[OI]$, L est le centre du carré $OIAJ$ et enfin, M est le milieu du segment $[JL]$.



1a) Donner *sans justifier*, les coordonnées des points : O, I, J, A, K et L.

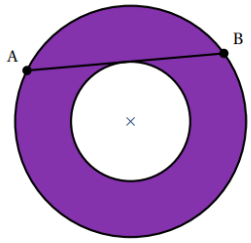
1b) Calculer en justifiant, les coordonnées du point M.

2) Déterminer, en justifiant, quelle est la nature du triangle MAK. On donnera une réponse la plus précise possible.

3a) Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle MAK.
3b) Construire sur la figure de l'énoncé, le point H, projeté orthogonal du point M sur la droite (AK).
3c) En déduire la valeur exacte de la distance du point M à la droite (AK).

Exercice II

1) Calculer l'aire de la figure grisée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.

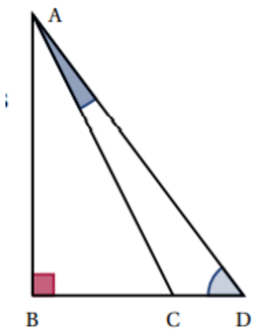


2)

le triangle ABD est rectangle en B.
Calculer le périmètre du triangle ACD dans les cas suivants :

1) $AB = 15$, $\widehat{ADB} = 65°$ et $\widehat{CAD} = 10°$.

2) $AD = 10$, $\widehat{ADB} = 60°$ et $\widehat{CAD} = 20°$.



Exercice facultatif ***(On démontre un résultat admis en cours sur les hauteurs d'un triangle.)***

1) Construire un triangle ABC quelconque. Soit (d_1) la droite parallèle à (BC) passant par A, (d_2) la droite parallèle à (AC) passant par B, et (d_3) la droite parallèle à (AB) passant par C.
On appelle M le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2), N le point d'intersection de (d_2) et (d_3), et enfin P le point d'intersection de (d_1) et (d_3).
Compléter la figure.

2a) Quelle est la nature des quadrilatères $APCB$ et $ACBM$? Justifier.
2b) Qu'en déduisez-vous concernant le point A ?
2c) On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Que représente la droite (AH) pour le triangle MNP ? Justifier.

2d) En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice III

1) Encadrer au centième près : $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Encadrer à 10^{-4} près $\dfrac{1}{7}$.

2) Un cercle a pour rayon 10 mètres. Calculer la valeur exacte p du périmètre de ce cercle.
Quel encadrement de π faut-il prendre (préciser l'amplitude) pour obtenir un encadrement de p à 1cm près ?

Exercice IV

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse, en justifiant :

Affirmation 1 : " Si $x < \pi$, alors $x < 3{,}1$".

Affirmation 2 : " Si y appartient à $[0{,}8 \ ; \ 2]$, alors y appartient à $[0{,}7 \ ; \ 1]$".

Affirmation 3 : " L'ensemble $\mathbb{Z} \cap \ ]-1 \ ; \ 0[$ est composé d'un seul élément".
Remarque : $\mathbb{Z}$ désigne l'ensemble des nombres entiers relatifs.

Affirmation 4 : "Il n'y a aucun décimal dans l'intervalle $]3{,}4 \ ; \ 3{,}400001[$".

Affirmation 5 : "Si $x > 1$, alors $x^3 > x$."

Exercice V

1) Ecrire des inégalités vérifiées par les réels x dans chacun des cas suivants :

a) $x \in [0 ; 1,5]$ *b*) $x \in]1,2 ; +\infty[$ *c*) $x \notin [3 ; +\infty[$

2) Dire à quel intervalle, le plus "petit possible" appartient le réel x dans chacun des cas suivants :
a) $1 < x \leq 3,4$ *b*) $x > 3$

3) Déterminer, dans chacun des deux cas, l'intersection et la réunion des intervalles I et J suivants :
a) $I = [12 ; 15[$ et $J = [14 ; 20]$.
b) $I =]-\infty ; -\pi]$ et $J =]-2\pi ; +\infty[$.

***Point logique* (*Obligatoire*)**

I-

Dans un sac, il y a 77 balles, rouges, bleues, vertes, blanches ou noires ; et on sait qu'il y a exactement 17 balles rouges, 18 bleues et 19 vertes. En prenant à l'aveugle dans le sac, combien faut-il prendre de balles, au minimum, pour être sûr d'en avoir au moins 12 d'une même couleur.

II-

Kongwi est spécial : soit il ne prononce que des phrases vraies tout le jour, soit il ne fait que mentir ; et il alterne chaque jour. Un jour, il a prononcé exactement quatre phrases parmi les phrases A, B, C, D et E. Quelle est la phrase que Kongwi n'a pas prononcée ce jour-là ?
A) Hier, c'était mercredi. B) J'ai menti hier et je mentirai demain.
C) 2024 est divisible par 11. D) Je dis la vérité aujourd'hui, et je dirai la vérité demain.
E) Demain, ce sera samedi.