

**Nota bene :** Ce travail est à remettre pour le 14 Octobre.

*Vous vous mettez par groupe de deux à quatre élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.*

*Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.*

**AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE.**

### **Exercice I**

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance :  $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$      $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$      $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$      $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$      $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$      $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$  où  $x$  est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme :  $a^n \times b^p$ , où  $n$  et  $p$  sont des entiers relatifs :  $E = a^{-14}b^{-6}(ab)^3$ .

3) Démontrer que pour tout entier relatif  $n$ , l'expression :  $4^{4-n} \times 2^{2n-6}$  a une valeur indépendante de  $n$  que l'on calculera.

4) Factoriser en un produit de deux facteurs :  $G = x^2 - 13$ .

5) Factoriser en un produit de **trois** facteurs :  $a^4 - b^4$ .

6) Déterminer l'entier naturel  $n$  tel que :  $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$ .

### **Exercice II**

1) Trouver l'écriture scientifique de  $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 300 millions de mètres par seconde, pendant une année.

Déterminer, en *km*, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) En chimie, la mole est une quantité de matière (formée d'atomes identiques par exemple) qui contient  $6,02214076 \times 10^{23}$  de ces atomes.

Sachant qu'une mole de carbone a une masse de 12 grammes, déterminer un ordre de grandeur de la masse d'un atome de carbone.

4) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de  $802500 \times 1995874561$  sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

### **Exercice III**

Ecrire sans racine carrée au dénominateur :  $A = \frac{6}{\sqrt{3}}$

#### **Exercice IV**

Soit  $n$  un entier naturel et  $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$ .

- Calculer la valeur de  $A(n)$  lorsque :  $n = 0$ , puis  $n = 1$ , puis  $n = 2$  puis  $n = 3$ .
- Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?
- En factorisant le numérateur de  $A(n)$ , démontrer que la conjecture effectuée à la question b) est vraie pour tout entier naturel  $n$ .

#### **Exercice V**

1) Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $b$  est entier naturel le plus petit possible et  $a$  entier :

$$A = \sqrt{147} \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme :  $a + b\sqrt{c}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers, et  $c$  est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

3) ABCD est un rectangle tel que :  $AB = \sqrt{200} - \sqrt{98}$  et  $BC = \frac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}} - \sqrt{8}$ . (AB et BC exprimées en mètres). Démontrer que ABCD est un carré, puis calculer son aire en valeur exacte.

4) Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

5) Calculer, *sans calculatrice*, et en expliquant votre démarche :  $F = \sqrt{66666^2 - 44444^2 - 22222^2}$

#### **Exercice VI (pour travailler la logique)**

Quatre kangourous ont des tailles différentes. A dit : « je ne suis ni le plus grand ni le plus petit ». B dit : « je ne suis pas le plus petit ». C dit : « je suis le plus grand ». D dit : « je suis le plus petit ». Un a menti et les trois autres ont dit la vérité. Qui est le plus grand ?

A) A      B) B      C) C      D) D      E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Justifier votre réponse en rédigeant.

#### **Exercice VII (exercice facultatif)**

Matt kiffe sévère les mathématiques, mais aujourd'hui, il grave vénère. Son professeur de maths lui

demande de simplifier l'expression  $E$  suivante, où  $E = \sqrt{\frac{6+\sqrt{2}}{6-\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}}$ .

Vous allez faire en sorte de rendre *Matt* plus zen, en lui expliquant comment s'en sortir.