

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 14 Octobre.

Vous vous mettez par groupe de deux à quatre élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE.

Exercice I

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$ $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$ $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$ $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$ $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$ $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$ où x est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme : $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs : $E = a^{-14}b^{-6}(ab)^3$.

3) Démontrer que pour tout entier relatif n , l'expression : $4^{4-n} \times 2^{2n-6}$ a une valeur indépendante de n que l'on calculera.

4) Factoriser en un produit de deux facteurs : $G = x^2 - 13$.

5) Factoriser en un produit de **trois** facteurs : $a^4 - b^4$.

6) Déterminer l'entier naturel n tel que : $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$.

Exercice II

1) Trouver l'écriture scientifique de $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 300 millions *de mètres par seconde*, pendant une année.

Déterminer, en *km*, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) En chimie, la mole est une quantité de matière (formée d'atomes identiques par exemple) qui contient $6,02214076 \times 10^{23}$ de ces atomes.

Sachant qu'une mole de carbone a une masse de 12 grammes, déterminer un ordre de grandeur de la masse d'un atome de carbone.

4) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de 802500×1995874561 sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

Exercice III

Ecrire sans racine carrée au dénominateur : $A = \frac{6}{\sqrt{3}}$

Exercice IV

Soit n un entier naturel et $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$.

- Calculer la valeur de $A(n)$ lorsque : $n = 0$, puis $n = 1$, puis $n = 2$ puis $n = 3$.
- Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?
- En factorisant le numérateur de $A(n)$, démontrer que la conjecture effectuée à la question b) est vraie pour tout entier naturel n .

Exercice V

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est entier naturel le plus petit possible et a entier :

$$A = \sqrt{147} \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme : $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers, et c est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

3) ABCD est un rectangle tel que : $AB = \sqrt{200} - \sqrt{98}$ et $BC = \frac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}} - \sqrt{8}$. (AB et BC exprimées en mètres). Démontrer que ABCD est un carré, puis calculer son aire en valeur exacte.

4) Soient a et b deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

5) Calculer, *sans calculatrice*, et en expliquant votre démarche : $F = \sqrt{66666^2 - 44444^2 - 22222^2}$

Exercice VI (pour travailler la logique)

Quatre kangourous ont des tailles différentes. A dit : « je ne suis ni le plus grand ni le plus petit ». B dit : « je ne suis pas le plus petit ». C dit : « je suis le plus grand ». D dit : « je suis le plus petit ». Un a menti et les trois autres ont dit la vérité. Qui est le plus grand ?

A) A B) B C) C D) D E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Justifier votre réponse en rédigeant.

Exercice VII (exercice facultatif)

Matt kiffe sévère les mathématiques, mais aujourd'hui, il grave vénère. Son professeur de maths lui

demande de simplifier l'expression E suivante, où $E = \sqrt{\frac{6+\sqrt{2}}{6-\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}}$.

Vous allez faire en sorte de rendre *Matt* plus zen, en lui expliquant comment s'en sortir.