***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 2 Octobre.**

Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE

Exercice I

Soit x et y deux réels non nuls.

a) Donner dans chaque cas l'expression algébrique correspondante à :

1) le carré de la différence de x et y. 2) la somme du carré de x et du tiers de y.

3) la différence entre le produit de x et y et la somme de x et y.

4) La somme du carré de la différence entre x et y et du double du produit de x et y.

b) Un pavé droit a pour longueur x, pour largeur y, et pour hauteur h. Exprimer en fonction de x, y et h, l'aire totale des faces de ce pavé droit.

Exercice II

1) Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 6(2x - 1) + (2x + 1)(x - 3)$; $B = (-3x + 2)(-x - 2) - (x+5)(x-4)$; $C = 3(2ab - 4ab^2)ab^2$

$D = (7x - 2y)^2 + (3x + 4y)^2$.

2) Factoriser les expressions suivantes : $E = 2x^2 - x$; $F = 4x - 16$; $G = x^2 - 14x + 49$;

$H = 6x + 14 + (3x + 7)^2$; $I = (3x + 5)^2 - (x - 8)^2$; $J = (x - 3)^2 - 16 + (x + 1)(x + 2)$

$K = x^2 - \frac{4}{9}a^2$; $L = 10^{n+1} + 10^n$; $M = x^3 + x^2 + x + 1$; $N = 5x(4x - 1) + 16x^2 - 1$

2) Développer $(x^2+2)^2$, puis en déduire une factorisation de $x^4 + 4$.

Exercice III

Matt est une brute en calcul mental : demandez-lui de calculer 35^2, il répond instantanément 1225, demandez-lui combien font 75^2 il vous répondra 5625, demandez-lui encore combien font 135^2, il vous répondra 18225, et même 805^2 il vous dira cash : 648025 !
On va essayer de comprendre comment fait *Matt* pour calculer si vite le carré des entiers dont le chiffre des unités est égal à 5.

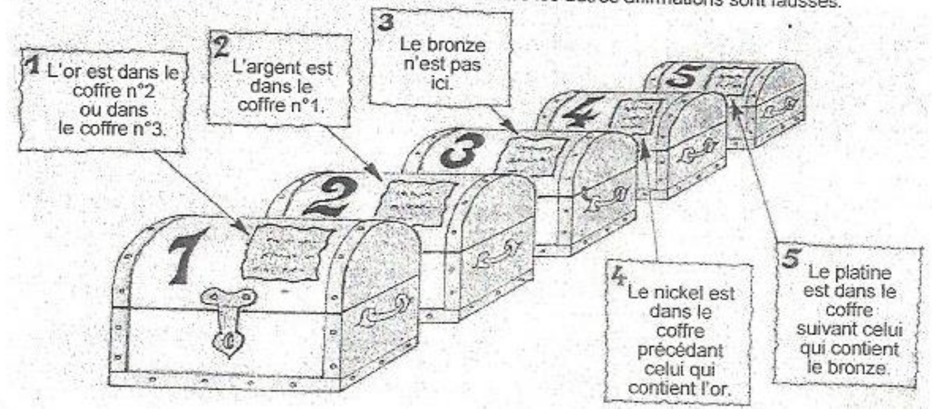
a) Soit N un entier dont le chiffre des unités est 5. Pourquoi peut-on trouver un entier, noté d, tel que : $N = 10d + 5$. Que représente concrètement le nombre d vis-à-vis de N?

b) Etablir que $N^2 = 100d(d+1) + 25$.
Expliquez alors l'astuce utilisée par *Matt* pour calculer avec autant d'aisance de tels carrés.

Application : expliquez comment vous obtenez mentalement la valeur de 95^2 puis celle de 165^2.

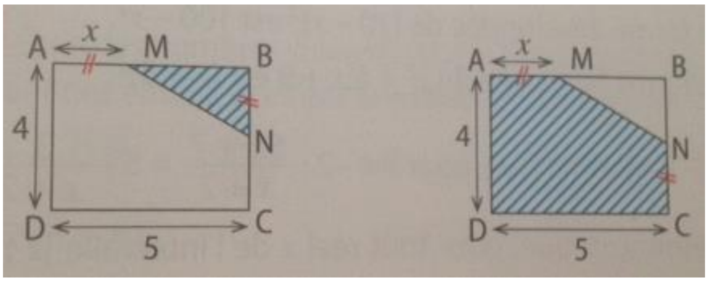
Exercice IV ***(Pour travailler le raisonnement)***

Un trésor est constitué de cinq lingots, chacun d'un métal différent : or, argent, platine, bronze et nickel.
Chaque coffre contient un lingot. Sur chaque coffre sont gravés un numéro et une affirmation.
Seule l'affirmation inscrite sur le coffre contenant l'or est vraie. Toutes les autres affirmations sont fausses.

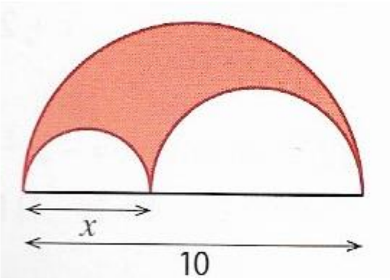


Exercice V

1) Exprimer en fonction de x, sous forme développée, dans chacune des deux figures suivantes, l'aire de la zone hachurée en bleu

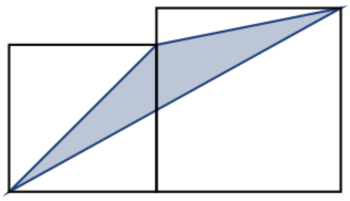


2) La figure suivante est constituée de trois demi-cercles, et x désigne un nombre réel compris entre 0 et 10 :



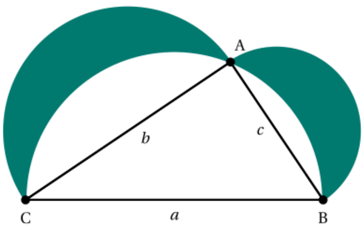
Etablir que le périmètre de la zone colorée ne dépend pas de la valeur de x, et déterminer la valeur exacte de ce périmètre.

3) Deux carrés de côtés 14 et 18 sont tracés côte à côte.
Quelle est l'aire du triangle coloré sur la figure ?



4a) Exprimer, en fonction de son diamètre d, l'aire d'un demi-disque de diamètre d.

4b) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AC = b et AB = c.
On a construit un demi-cercle sur chacun de ses côtés pris comme diamètre. On a coloré les croissants compris entre le grand demi-cercle et les deux autres.



Démontrer que l'aire colorée est égale à l'aire du triangle.

$4c$) ABCD est un carré de centre O et de côté $4cm$. On construit le cercle de centre O et de rayon OA. On l'appelle le cercle circonscrit au carré ABCD.

Déterminer, en justifiant, laquelle des deux figures a la plus grande aire :

Le carré ABCD ou la zone intérieure au disque de centre O et de rayon OA, et extérieure au carré ABCD ?

Commencer par faire une figure !