Seconde ***Devoir à la maison numéro 12*** ***Mars 2025***

Nota bene **:** ***Ce travail est à remettre pour le 28 Mars.***

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées.

Exercice 0

Un dé spécial peut donner les mêmes six résultats qu'un dé standard. Les probabilités d'obtenir un 2, un 3, un 4 ou un 5 sont bien de $\frac{1}{6}$ mais la probabilité d'obtenir un 6 est égale à deux fois celle d'obtenir un 1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?

Exercice I

$\boxed{20}$ Une urne contient 4 jetons indiscernables au toucher : deux jaunes, un rouge, un vert. On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second *sans remettre* le premier. On note les couleurs obtenues, dans l'ordre d'apparition.

1. Représenter la situation par un arbre.

2. Combien y a-t-il d'issues ?

3. On considère les événements
- R : « le premier jeton tiré est rouge » ;
- J : « le deuxième jeton tiré est jaune ».

a. Déterminer $P(R)$ et $P(J)$.

b. Traduire par une phrase $R \cap J$ et calculer $P(R \cap J)$.

c. Calculer $P(R \cup J)$.

4. On considère l'événement
- N : « aucun jeton tiré n'est jaune ».

a. Calculer $P(N)$.

b. Traduire $\overline{N}$ par une phrase et calculer $P(\overline{N})$.

Exercice II

Dans une entreprise, il y a deux distributeurs de boissons.

On appelle A l'événement : *"le premier distributeur fonctionne".*

On appelle B l'événement : *"le second distributeur fonctionne".*

Il a été établi que : $p(\mathrm{A}) = 0{,}8$, et $p(\mathrm{B}) = 0{,}6$.

De plus, on sait qu'il y a toujours au moins un des deux distributeurs qui fonctionne.

1) Utiliser les notations A, B et les symboles $\cap$ et $\cup$ pour décrire les événements suivants :

E : " les deux distributeurs fonctionnent".

F : " Au moins un des distributeurs fonctionne".

G : " Aucun des distributeurs ne fonctionne".

H : "Seul le premier distributeur fonctionne".

I : " Un seul des deux distributeurs fonctionne".

2) Combien vaut la probabilité de l'événement F ? Calculer la probabilité des événements E puis G.

3) En utilisant la question 1, déterminer si l'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse.

"Pour tout événement A et B, on a : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$*".*

Exercice III

Une urne contient 3 boules blanches, et 5 boules rouges. Un joueur tire au hasard une première boule de l'urne, puis sans la reposer dans l'urne, il procède à un deuxième tirage au hasard d'une boule de l'urne.

On note : B_1 (respectivement B_2) l'événement : obtenir une boule blanche au premier tirage (respectivement au second tirage) et R_1 (respectivement R_2) l'événement obtenir une boule rouge au premier tirage (respectivement au second tirage).

1) Faire un arbre de probabilités associé à cette expérience aléatoire.

2) Calculer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité d'obtenir un tirage constitué de deux boules blanches.

3) Déterminer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité d'obtenir un tirage bicolore.

Exercice IV **(*les questions g et h sont facultatives*).**

Sur un clavier numérique composé des 10 chiffres de la numération décimale, on tape au hasard un code à quatre chiffres, c'est-à-dire une succession de quatre chiffres choisis parmi :
$\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}$.

Pour chacune des questions ci-dessous, on justifiera ses résultats :

a) Combien peut-on taper de codes différents ?

b) Quelle est la probabilité de taper le code : "1234" ?

c) Quelle est la probabilité de taper un code ne contenant que des chiffres pairs ?

d) Quelle est la probabilité de taper un code contenant au moins un chiffre impair. On pourra commencer ici par chercher la probabilité de l'événement contraire.

e) Déterminer la probabilité de l'événement T : *"taper un code finissant par 5 ou 8 ".*

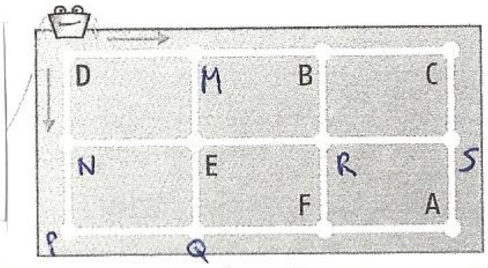
f) Quelle est la probabilité de taper un code ne contenant ni 0, ni 1 et finissant par un chiffre pair ?

g) Quelle est la probabilité de taper un code contenant exactement trois chiffres identiques ?

h) Quelle est la probabilité de taper un code constitué de quatre chiffres identiques.

Exercice V

Une puce électronique part de D et se déplace suivant le quadrillage de 1 pas vers la droite ou de 1 pas vers le bas. Elle ne peut aller ni vers la gauche ni vers le haut. (*)



0. Modéliser par un arbre tous les chemins possibles qui conduisent de D à A en respectant la règle (*).

1. Quel est le nombre de chemins différents pour aller du départ D à l'arrivée A ?

2. La puce électronique va effectuer un trajet de D vers A. À chaque pas, quand elle a le choix, elle choisit sa direction au hasard.
Quelle est la probabilité pour que le trajet :

a. passe par B ?
b. passe par E ?
c. passe par B et C ?
d. passe par E et F ?
e. passe par E et C ?

Exercice VI **(*facultatif mais intéressant*)**

A un tournoi de tennis, il y a 8 joueurs. Matt sait qu'il battra tous les participants, sauf Mathilde qui est invincible.

On tire au hasard les paires qui se rencontrent au premier tour, puis on tire à nouveau au hasard, parmi les vainqueurs du premier tour, les paires qui se rencontrent au second tour. Les vainqueurs du second tour vont en finale. Quelle est la probabilité que Matt arrive en finale ?