Consignes à lire attentivement **:**

Ce bref travail de révision sur des points importants du programme de première, en rapport avec notre chapitre 1 sur la dérivation, est à rendre pour le Mardi 17 Septembre.

L'énoncé de ce DM est également en ligne : www.maths-mancini.fr (Rubrique ENONCES et corrections des DS/DM, puis onglet Enseignement de Spécialité Terminale).

A partir du DM numéro 2, les énoncés et corrigés figureront exclusivement sur ce site internet.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3, 4 ou 5 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Le rôle des DM est crucial : ils permettent de vous faire assimiler le cours, de pratiquer des mathématiques, de rédiger, d'acquérir de l'aisance, et d'apprendre à travailler sérieusement.

Les DM sont notés sur 20 et entrent dans la constitution de la moyenne, ils majoreront cette dernière d'au maximum deux points.

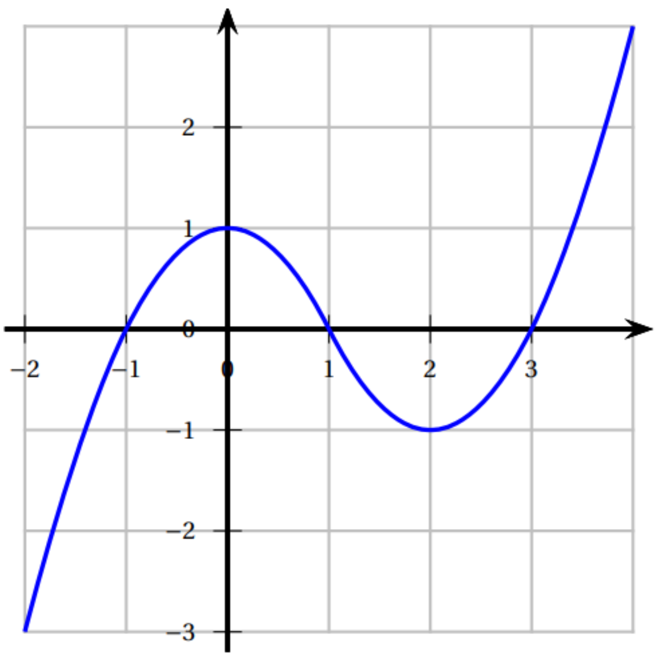
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies ou exercices rendus en retard, ou ne respectant pas ces consignes, ne seront pas corrigés.

Exercice I ***Thèmes abordés : résolution graphique d'équations et d'inéquations, dérivées.***

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.



1)

a) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 0$.

b) Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x) \geqslant 0$, puis $f(x) < 2$.

c) On note f' la fonction dérivée de f. Résoudre graphiquement l'équation : $f'(x) = 0$

d) Déterminer, en expliquant votre démarche, une valeur approchée de $f'(-1)$.

e) Dresser conjointement, le tableau de signe de f' sur $[-2 ; 4]$ ainsi que le tableau de variation de f sur $[-2 ; 4]$.

2) On reprend la même courbe qu'à la page précédente, mais on suppose cette fois que c'est la courbe représentative de la dérivée d'une fonction g : la courbe donnée est donc $\mathscr{C}_{g'}$.

a) Déterminer les abscisses des points de la courbe de g en lesquels il y a une tangente horizontale.

b) Dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ en justifiant.

Exercice II ***Thèmes abordés : dérivées, étude du sens de variation d'une fonction, équation réduite de tangente, équations du second degré.***

a) Etudier avec soin le sens de variation de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3+4x^2+5x-11$.

b) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f en son point A d'abscisse $\frac{1}{2}$.

c) Tracer C_f. Vous pouvez vous aider de *Geogebra* ou du logiciel de votre choix. Joindre à la copie le tracé.

Exercice III ***Thèmes abordés : exponentielle, dérivation et courbes.***

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{ae^x}{be^x-1}$ où a et b sont deux réels dont on se propose de trouver la valeur.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

On sait que C_f passe par le point $K(0 ; 2)$, et que la tangente à C_f en K passe aussi par le point $L(1 ; 3)$.

1) Pourquoi b est-il différent de 1 ?

2) Etablir que pour tout réel x, $f'(x) = \frac{-ae^x}{(be^x-1)^2}$.

3) Déterminer, en justifiant soigneusement votre démarche, la valeur des réels a et b.

Exercice IV ***Thèmes abordés : étude concrète de fonction, dérivation de fonctions composées, algorithme.***

Dans le parc national des Pyrénées, un chercheur travaille sur le déclin d'une espèce protégée dans les lacs de haute-montagne : le « crapaud accoucheur ».

Dans certains lacs des Pyrénées, des truites ont été introduites par l'homme afin de permettre des activités de pêche en montagne. Le chercheur a étudié l'impact de cette introduction sur la population de crapauds accoucheurs d'un lac.
Ses études précédentes l'amènent à modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps par la fonction f suivante :

$$f(t) = \left(0,04t^2 - 8t + 400\right)\mathrm{e}^{\frac{t}{50}} + 40 \text{ pour } t \in [0\,;\,120]$$

La variable t représente le temps écoulé, en jour, à partir de l'introduction à l'instant $t = 0$ des truites dans le lac, et $f(t)$ modélise le nombre de crapauds à l'instant t.

0*a*) Déterminer le nombre de crapauds présents dans ce lac lors de l'introduction des truites.

0*b*) Au bout de 50 jours, combien y aura-t-il, selon ce modèle, de crapauds ? Arrondir à l'unité près.

1) Rappeler la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$, où : $h(t) = e^{at+b}$ où a *et* b sont des réels fixés.

2)

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 120]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Montrer, en faisant apparaitre les étapes du calcul, que pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0; 120]$ on a :

$$f'(t) = 8 \times 10^{-4} \times t(t - 100)e^{\frac{t}{50}}.$$

3*a*) Etudier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 120]$, puis dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.

3*b*) Déterminer le nombre de jours nécessaires afin que le nombre de crapauds soit minimal. Préciser la valeur de ce minimum.

3c) Quel est le rôle de l'algorithme suivant ? Qu'affiche-t-il en sortie ?

```
from math import*
def mystere():
    t=0
    c=440
    while c>=220:
        t=t+1
        c=(0.04*t**2-8*t+400)*exp(t/50)+40
    return t
```