***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 22/23 Avril.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Exercice I

1. Tracer une courbe représentant une fonction f définie sur $[-5 ; 10]$ vérifiant les conditions suivantes :
- $f(3) = 2$;
- -1 et 4 sont des antécédents de -2 ;
- f est décroissante sur l'intervalle $[-5 ; -1]$;
- l'image de 10 est -6 ;
- -5 et 7 sont des solutions de l'équation $f(x) = 0$;
- le point de coordonnées $(9 ; 1)$ appartient à la courbe ;
- f admet un maximum sur l'intervalle $[-5 ; 10]$; il vaut 6 et est atteint en 5.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5 ; 10]$.

Exercice II

On considère une fonction h dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-3	1	2	5	7
Variation de h	-2 ↗	-1 ↘	-4 ↗	4 ↘	0

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de justifier.

1. $h(0) < h(1)$
2. $h(4) > h(6)$
3. $h(-2) < h(2)$
4. $h(0{,}5) = h(1{,}5)$
5. 5 est le maximum de h sur $[-3 ; 7]$.
6. Le minimum de h sur $[-3 ; 7]$ est atteint en 2.

Exercice III

Dans un disque de 5*cm* de rayon, on découpe un disque de même centre et de rayon x *cm*, avec $1 \leq x \leq 4$.

a) On note $p(x)$ le périmètre du disque de rayon x. En justifiant, déterminer le tableau de variation de la fonction p sur l'intervalle $[1 \;;\; 4]$.

b) On note $a(x)$ l'aire de la couronne restante après avoir ôté le disque de x *cm* de rayon.

Par des considérations d'ordre géométrique, dresser le tableau de variation de la fonction a sur l'intervalle $[1 \;;\; 4]$.

Exercice IV

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}.$$

1. Tracer f et conjecturer son maximum sur $\mathbb{R}$
2. Montrer que $f(x) - \frac{1}{2} = -\frac{(x-1)^2}{2(x^2+1)}$ et prouver la conjecture.

Exercice V

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 8$ *cm* et $BC = 4$ *cm*.

E, F, G et H sont des points respectivement situés sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, tels que : $AE=BF=CG=DH$.

1) Faire une figure.

2) On pose $AE = x$.
a) A quel intervalle noté I, le réel x appartient-il ?

b) On note $f(x)$ l'aire du quadrilatère $EFGH$. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$.

c) A l'aide de *Geogebra*, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle I, à joindre à la copie, puis conjecturer la valeur du minimum de f sur I et la valeur en lequel il est atteint.

d) Démontrer que l'aire du quadrilatère $EFGH$ est minimale pour une valeur de x que l'on précisera, et donner la valeur de cette aire minimale.