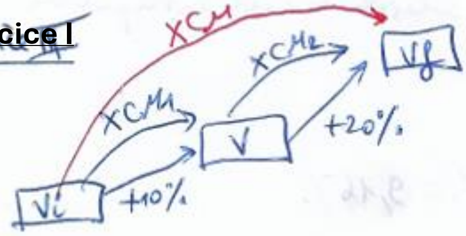
Exercice I

a)



$CM_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$

$CM_2 = 1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$

$\boxed{CM} = CM_1 \times CM_2 = 1{,}1 \times 1{,}2 = \boxed{1{,}32} = 1 + \frac{32}{100}$.

Donc il y a eu <u>32 % de hausse du chiffre d'affaire globalement</u>.

b) Par le même principe : $CM_1 = 1 - \frac{3}{100} = 0{,}97$; $CM_2 = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$, donc $CM = CM_1 \times CM_2$

$CM = 0{,}97 \times 1{,}05 = 1{,}0185$. Soit une hausse globale de 1,85 % du loyer.

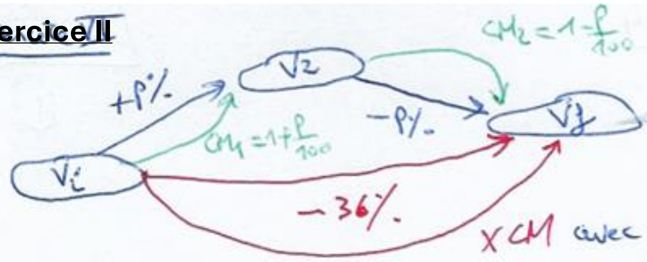
c) $CM = \left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0{,}95^3 = 0{,}857375 = 1 + \frac{t}{100}$

Donc $t = (0{,}85375 - 1) \times 100$

$t = -14{,}2625$

<u>Au final, le prix a globalement diminué d'environ 14,26 %.</u>

Exercice II



$\times CM$ avec $CM = 1 - \frac{36}{100} = 0{,}64$.

$CM_1 \times CM_2 = CM$ équivaut à : $\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{p}{100}\right) = 0{,}64$

$$1^2 - \left(\frac{p}{100}\right)^2 = 0{,}64$$

$$1 - \frac{p^2}{10000} = 0{,}64$$

$$\frac{p^2}{10000} = 1 - 0{,}64 = 0{,}36$$

$$p^2 = 0{,}36 \times 10000 = 3600$$

Donc ($p \geq 0$) on a : $p = \sqrt{3600} = 60$.

Le taux est donc de 60 %.

Exercice III

Le coefficient multiplicateur associé à la première baisse de 20 % est $CM_1 = 1 - 20/100 = 0,8$.

Soit CM_2 le coefficient multiplicateur associé à la seconde baisse de prix.

Globalement, après ces deux réductions, le prix a été divisé par 2, donc globalement 50 % de remise, donc $CM = 0,5$.

Or $CM = CM_1 \times CM_2$, donc $0,5 = 0,8 \times CM_2$, et par suite, $CM_2 = 0,5/0,8 = 5/8 = 0,625$.

Donc le taux de remise lors de la seconde baisse est de 37,5 %.

Exercice IV

relation de Chasles

1) $\vec{AB}+\vec{VA} = \underbrace{\vec{VA}+\vec{AB}}_{} = \vec{VB}$ $\quad = \vec{IJ}+\vec{AI} = \vec{AI}+\vec{IJ} = \vec{AJ}$

$\vec{IJ}+\vec{AV}-\vec{IV} = \vec{IJ}+\vec{AV}+(-\vec{IV}) = \vec{IJ}+\vec{AV}+\vec{VI}$

2) $A(13\,;9)$ et $B(x_B\,;y_B)$.

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A = \boxed{x_B - 13} \\ y_B - y_A = \boxed{y_B - 9} \end{pmatrix}$. Or $\vec{AB}\begin{pmatrix} \boxed{-3} \\ \boxed{5} \end{pmatrix}$, donc par unicité des coordonnées on a :

$\begin{cases} x_B - 13 = -3 \\ y_B - 9 = 5 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_B = -3+13 = 10 \\ y_B = 5+9 = 14. \end{cases}$

donc $\boxed{B(10\,;14)}$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$ **unités de longueur.**

3) $A(13\,;9)$ $\quad C(-2\,;3)$

$\vec{AC}\begin{pmatrix} -2-13=-15 \\ 3-9=-6 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AC}\begin{pmatrix} -15 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-15)^2+(-6)^2} = \sqrt{225+36} = \sqrt{261}$ u.l.

$\vec{u} = \vec{AB}+\vec{AC}$ avec $\vec{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix} -15 \\ -6 \end{pmatrix}$, donc $\vec{AB}+\vec{AC}\begin{pmatrix} -18 \\ -1 \end{pmatrix}$

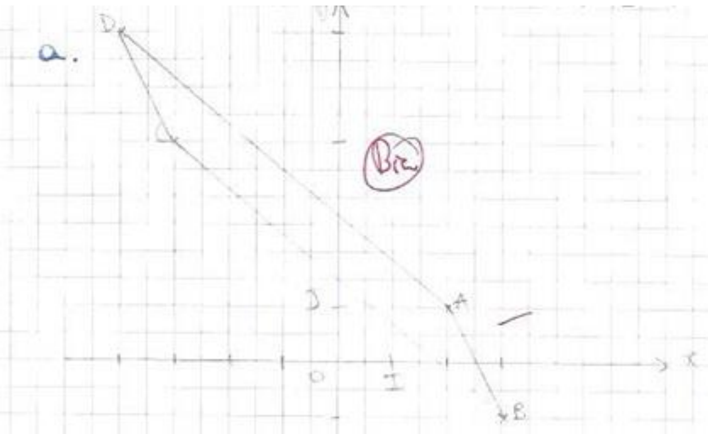
$\vec{u}\begin{pmatrix} -18 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-18)^2+(-1)^2} = \sqrt{324+1} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$ u.l.

$\|\vec{AB}+\vec{AC}\| = \|\vec{u}\| = 5\sqrt{13}$ et $\|\vec{AB}\|+\|\vec{AC}\| = \sqrt{34}+\sqrt{261}$

Or $5\sqrt{13} \neq \sqrt{34}+\sqrt{261}$ (calculatrice!), donc $\|\vec{AB}+\vec{AC}\| \neq \|\vec{AB}\|+\|\vec{AC}\|$!

Exercice V

a.



Bien

$\vec{BC}\begin{pmatrix}-6\\5\end{pmatrix}$ et

$\vec{JD}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$.

b. ABCD est un parallélogramme équivaut à $\vec{AB}=\vec{DC}$.

$\vec{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{DC}\begin{pmatrix}-3+4=1\\4-6=-2\end{pmatrix}$, donc les vecteurs

$\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ont les mêmes coordonnées donc ils sont égaux.

Le quadrilatère ABCD est bien un parallélogramme.

c. Pour que OBJK soit un parallélogramme, $\vec{OB}=\vec{KJ}$, donc qu'ils aient les mêmes coordonnées, donc

$\vec{OB}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{KJ}\begin{pmatrix}0-x_K\\1-y_K\end{pmatrix}$ avec $K(x;y)$.

$\vec{OB}=\vec{KJ}$ équivaut à : $3=0-x$ et $-1=1-y$

$3=x$ $\qquad -1+y=1$

$y=2$

Donc $K(-3;2)$. Bien

3). Dire que E est l'image du point B par la translation du vecteur $\vec{AC}$ équivaut à dire que $\vec{AC}=\vec{BE}$

Or si $\vec{AC}=\vec{BE}$ cela signifie qu'ils ont les mêmes coordonnées, donc :

$\vec{AC}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{BE}\begin{pmatrix}x_E-3\\y_E+1\end{pmatrix}$ avec $E(x;y)$

$\vec{AC}=\vec{BE} \iff -5=x-3$ et $3=y+1$

$-2=x \qquad 2=y$

Donc $E(-2;2)$ Bien

Addendum : 2c)

2c) $\overrightarrow{OJ}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, donc $OJ = \|\overrightarrow{OJ}\| = \sqrt{0^2+1^2} = 1$

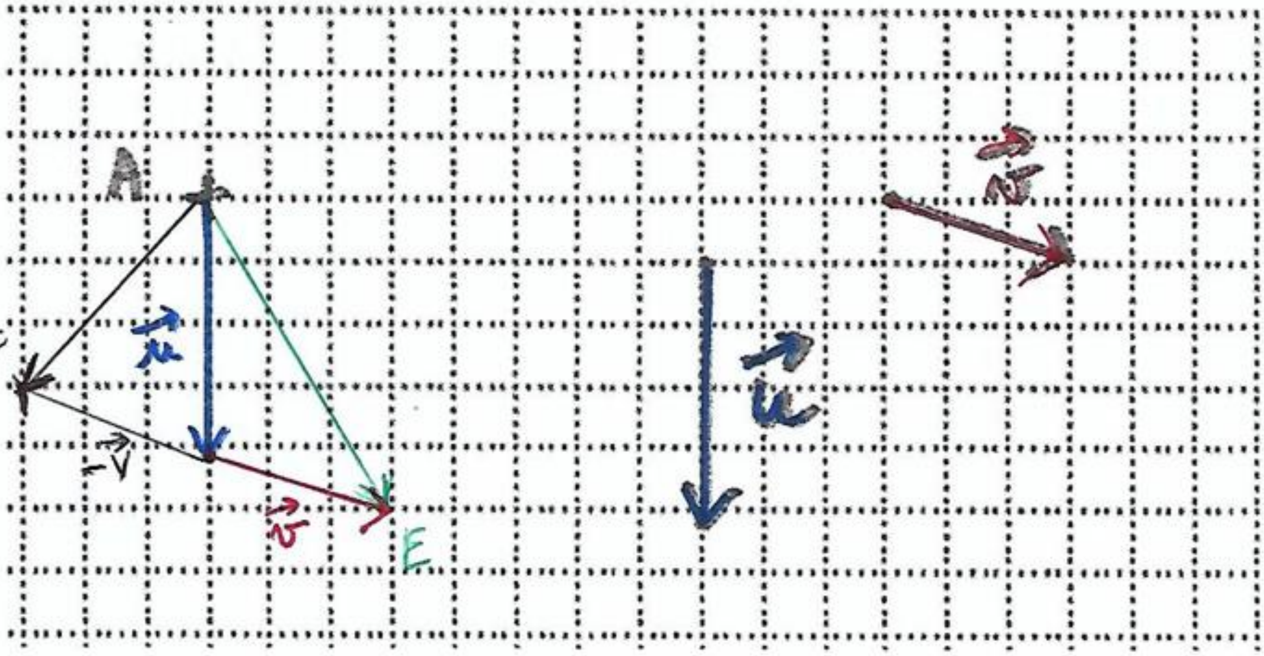
et $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}-3-3=-6\\2-(-1)=3\end{pmatrix}$, donc $BK = \|\overrightarrow{BK}\| = \sqrt{(-6)^2+3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Or $1 \neq 3\sqrt{5}$, donc $OJ \neq BK$, par suite, les diagonales du pgm OBJK n'ont pas la même longueur, donc, à ce titre, <u>OBJK n'est pas un rectangle</u>.

<u>Exercice VI</u>

2) Construire les points E et F définis par :

$\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$ $\qquad\qquad$ $\overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$



Exercice Bonus

Exercice VIII Soit V_i le prix que Matt avait payé sa doudoune :

$$\begin{tikzcd} V_i \arrow[r, "+p\%", "\times CM_1"'] \arrow[rr, bend right, "\times CM"'] & V \arrow[r, "-2p\%", "\times CM_2"'] & V_f \end{tikzcd}$$

avec $V_f = 0{,}5 V_i$. $\begin{cases} CM_1 = 1 + \frac{p}{100} \\ CM_2 = 1 - \frac{2p}{100} \end{cases}$

$V_i \times CM_1 \times CM_2 = V_f$

$V_i \times \left(1 + \frac{p}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0{,}5 V_i$. Comme $V_i \neq 0$ on a en simplifiant par V_i :

$\left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0{,}5$

En développant : $1 - \frac{2p}{100} + \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$

$1 - \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$

$\frac{10000}{10000} - \frac{100p}{10000} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$

$\frac{10000 - 100p - 2p^2}{10000} = 0{,}5$

$10000 - 100p - 2p^2 = 0{,}5 \times 10000 = 5000$

$10000 - 100p - 2p^2 = 5000$

$2p^2 + 100p + 5000 - 10000 = 0$

$2p^2 + 100p - 5000 = 0.$

$2(p^2 + 50p) - 2500) = 0$

$p^2 + 50p - 2500 = \frac{0}{2} = 0$.

donc p est solution de l'équation : $\boxed{p^2 + 50p - 2500 = 0}$

2a) On développe : $(p+25)^2 - 3125 = p^2 + 2 \times p \times 25 + 25^2 - 3125 = p^2 + 50p + 625 - 3125 = p^2 + 50p - 2500$

donc on a bien : $\boxed{p^2 + 50p - 2500 = (p+25)^2 - 3125}$

2b) $p^2 + 50p - 2500 = 0$ équivaut donc (q. 2a) à : $(p+25)^2 - 3125 = 0$.

Vu que $p \geq 0$, $p + 25 \geq 0$, donc $(p+25)^2 = 3125$

donc $p + 25 = \sqrt{3125}$

$p = \sqrt{3125} - 25$

$p \approx 30{,}9$.

Matt avait initialement augmenté le prix de sa doudoune d'environ 30,9 %.