**Seconde** **Corrigé du DS9** **Mars 2025**

## Exercice I

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$

a) $\boxed{-2\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix} ; \vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}}$ ; $2\vec{u}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ donc $\boxed{2\vec{u}-\vec{v}\begin{pmatrix}8\\5\end{pmatrix}}$

b) $\det(\vec{u};\vec{v}) = \begin{vmatrix}2 & -4\\3 & 1\end{vmatrix} = 2\times1-3\times(-4) = 2+12 = \boxed{14}$

## Exercice II

Exercice II

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}2x\\x-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u};\vec{v})=0 \iff \begin{vmatrix}2x & -2\\x-1 & 5\end{vmatrix}=0$

$\iff 2x\times5-(x-1)\times(-2)=0$

$\iff 10x+2(x-1)=0$

$\iff 10x+2x-2=0 \iff 12x=2$

$\iff x=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ $\mathcal{S}=\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

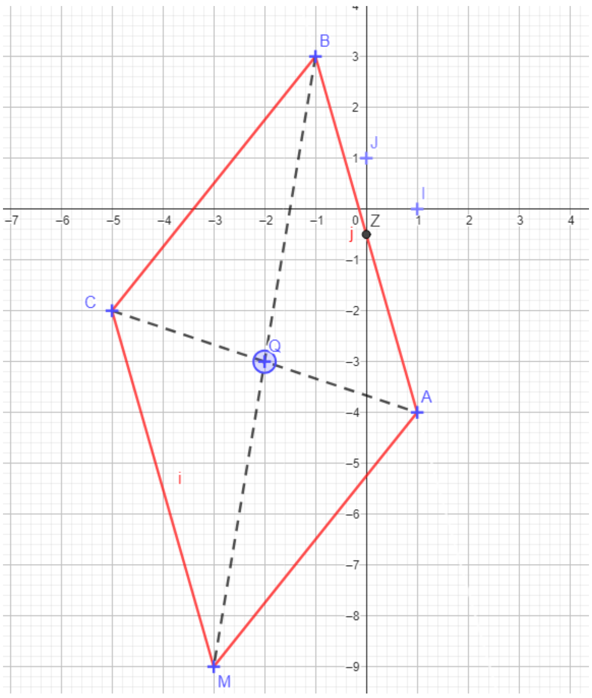
$\boxed{\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires ssi } x=\frac{1}{6}}$.

2) Si les vecteurs sont égaux, alors ils sont en particulier colinéaires, et d'après la question précédente, $x=\frac{1}{6}$.

Dans ce cas, on aurait : $\vec{u}\begin{pmatrix}2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}\\ \frac{1}{6}-1=\frac{-5}{6}\end{pmatrix}$ et : $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ qui ne sont pas égaux vu qu'ils n'ont pas les mêmes coordonnées.

Donc il n'existe aucune valeur de $x$ pour laquelle les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient égaux.

## Exercice III



a) $\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A = -1-1 = -2 \\ y_B - y_A = 3-(-4) = 7 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}}$.

$\vec{BC}\begin{pmatrix} -5-(-1) = -4 \\ -2-3 = -5 \end{pmatrix}$, donc $\boxed{\vec{BC}\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}}$

$\vec{AB} \neq \vec{BC}$ car ces deux vecteurs n'ont pas les mêmes coordonnées.

b) $\det(\vec{AB};\vec{BC}) = \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} = -2\times(-5) - 7\times(-4) = 10+28 = \underline{38}$.

Or $38 \neq 0$, donc $\det(\vec{AB};\vec{BC}) \neq 0$, donc $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ ne sont pas colinéaires, donc A, B et C ne sont pas alignés.

c) $\vec{CD}\begin{pmatrix} -9-(-5) = -9+5 = -4 \\ 12-(-2) = 14 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\vec{CD}\begin{pmatrix} -4 \\ 14 \end{pmatrix}}$ et $\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}}$.

Par suite, $\vec{CD} = 2\vec{AB}$, donc $\vec{CD}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires, donc $\boxed{(AB) \text{ et } (CD) \text{ sont parallèles}}$.

d) $Z(x_Z;y_Z)$. Or Z appartient à l'axe des ordonnées, donc son abscisse est nulle : $x_Z = 0$.

$Z(0;y_Z)$.

De plus, $Z \in (AB)$, donc A, Z et B sont alignés, ce qui revient à dire que $\vec{AZ}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires.

Or $\vec{AZ}\begin{pmatrix} 0-1 = -1 \\ y_Z-(-4) = y_Z+4 \end{pmatrix}$ : $\vec{AZ}\begin{pmatrix} -1 \\ y_Z+4 \end{pmatrix}$ et $\vec{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$.

A, Z et B sont alignés équivaut à : $\det(\vec{AZ};\vec{AB}) = 0 \iff \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ y_Z+4 & 7 \end{vmatrix} = 0$

$$-1\times 7 - (y_Z+4)\times(-2) = 0$$

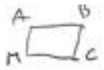
$$-7 + 2(y_Z+4) = 0$$

$$-7 + 2y_Z + 8 = 0$$

$$2y_Z + 1 = 0$$

$$y_Z = -\frac{1}{2}$$

donc $\boxed{Z\left(0;-\frac{1}{2}\right)}$

e) Soit $M(x;y)$ : 


ABCM est un pgm équivaut à : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.

Or, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix}-5-x\\-2-y\end{pmatrix}$.

Par suite, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$ équivaut à : $\begin{cases} -2 = -5-x \\ 7 = -2-y \end{cases} \iff \begin{cases} x = -5+2 = -3 \\ y = -2-7 = -9 \end{cases}$.

donc $\boxed{M(-3;-9)}$

f) Q est le centre du pgm ABCM, donc Q est le milieu de [AC] car les diagonales d'un pgm se coupent en leur milieu.

donc $Q\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ $\quad Q\left(\frac{1+(-5)}{2};\frac{-4+(-2)}{2}\right)$ $\quad \boxed{Q(-2;-3)}$

## Exercice IV

0) "Piocher le numéro 3" est un évènement élémentaire.

"Piocher un numéro pair" n'est pas un évènement élémentaire.

1) $A = \{9;19\}$ $\quad p(A) = \frac{2}{20} = 0{,}1$ (Ici $\Omega = [\![1;20]\!]$).

$B = \{16;17;18;19;20\}$ $\quad p(B) = \frac{5}{20} = 0{,}25$.

2) C'est $\overline{B}$ = "la boule piochée porte un numéro qui est strictement inférieur à 16".

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

3) $A \cap B$ = "Piocher une bille dont le numéro se termine par 9 ET qui est supérieur ou égal à 16".

$A \cap B = \{19\}$, donc $p(A \cap B) = \frac{1}{20} = 0{,}05$.

4) $A \cup B$ = "Piocher une bille dont le numéro termine par 9 OU est supérieur ou égal à 16".

$A \cup B = \{9;16;17;18;19;20\}$. $\quad p(A \cup B) = \frac{6}{20} = 0{,}3$.

Méthode bis : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}1 + 0{,}25 - 0{,}05 = 0{,}3$.

5) $E = \{4;8;12;16;20\}$, donc $p(E) = \frac{5}{20} = 0{,}25$.

$F = \{3;6;9;12;15;18\}$, donc $p(F) = \frac{6}{20} = 0{,}3$.

$0{,}3 > 0{,}25$, donc F est l'évènement le plus probable.