**Seconde** **Corrigé du DS4** **Novembre 2024**

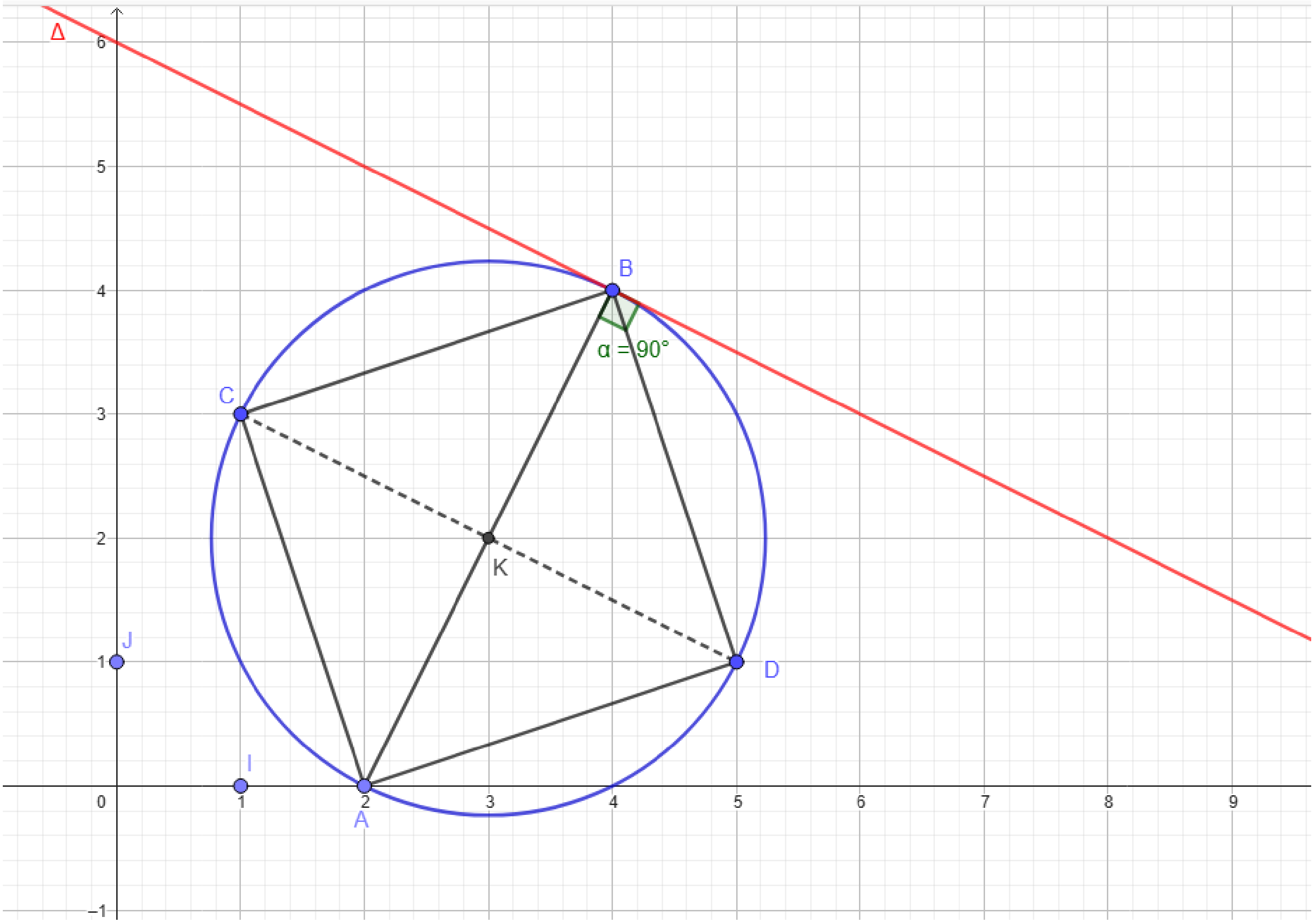
**Exercice I**

① 1 : réponse b) : le point B.
2 : réponse b) : le point E.
3 : réponse b) : les points D et E.
4 : réponse c) : le point J.

② Dans le repère $(D; A; C)$ : $A(1;0)$ ; $B(1;1)$ ; $C(0;1)$ ; $D(0;0)$ ; $E(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$.

**Exercice II**

1), 4), 5a), 7a)




$2a)$

$CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ u.l.

$2b)$ Nous devons prouver que CA = CB.

Or $CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ u.l.

Par suite, d'après la question 2a), on a : CA = CB = $\sqrt{10}$ u.l.

Donc le triangle ABC est isocèle en C.

3) D'une part : AB$^2$ = $\left(2\sqrt{5}\right)^2 = 4 \times 5 = 20$.

D'autre part : CA$^2$ + CB$^2$= $\sqrt{10}^2 + \sqrt{10}^2 = 10 + 10 = 20$.

Ainsi on a : AB$^2$ = CA$^2$ + CB$^2$ (car 20=20).

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

4) K est le milieu de [AB], donc $K(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2})$, donc $K(\frac{2+4}{2};\frac{0+4}{2})$,c'est-à-dire K(3 ; 2).

5$b$) D est le symétrique de C par rapport au point K signifie très exactement que K est le milieu de [CD].

Par suite on a : $x_K = \frac{x_C+x_D}{2} \quad et \quad y_K = \frac{y_C+y_D}{2}$.

Donc : $3 = \frac{1+x_D}{2} \qquad et \quad 2 = \frac{3+y_D}{2}$

Donc : $3 \times 2 = 1 + x_D$ et $2 \times 2 = 3 + y_D$

$x_D + 6 - 1 = 5$ et $y_D = 4 - 3 = 1$

Donc D(5 ; 1).

6$a$) D'après les questions 4) et 5a), le point K est le milieu de chacune des diagonales du quadrilatère ACBD.

A ce titre, ACBD qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est déjà un parallélogramme.

De plus, d'après la question 2b), CA = CB, donc le parallélogramme ACBD a deux côtés consécutifs de même longueur, donc c'est un losange.

Enfin, d'après la question 3), le triangle ABC est rectangle en C, donc le losange ACBD a un angle droit en C, et à ce titre c'est donc un carré.

En conclusion nous avons prouvé que ACBD est un carré.

6b) Vu que ACBD est un carré de centre K, et que les diagonales d'un carré sont perpendiculaires (en K ici), le projeté orthogonal du point A sur la droite (CD) est donc le point K : en effet K appartient à (CD) et (AK) ⊥ (CD).

7b) Le projeté orthogonal du point K sur la droite (Δ) est le point B car la droite (Δ) est la tangente en B au cercle de diamètre AB et de centre K, donc on a : B appartient à (Δ), et (KB) ⊥ (Δ).

La distance du point K à la droite (Δ) est donc la longueur KB.

7c) I(1 ;0) et le rayon du cercle de diamètre AB est : r = $\frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$ u.l.

Calculons IK : IK = $\sqrt{(x_K - x_I)^2 + (y_K - y_I)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$ u.l.

Ainsi IK ≠ r, car $\sqrt{5} \neq \sqrt{8}$, donc I n'appartient pas au cercle de diamètre AB.