Exercice I

1a) $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{2x+5}}$. On peut calculer $f(x)$ si et seulement si $\sqrt{2x+5} \neq 0$ et $2x+5 \geqslant 0$

c'est à dire $2x+5 > 0$ donc lorsque $2x > -5$, à savoir $x > -\frac{5}{2}$.

$\boxed{\mathcal{D}f = \left]-\frac{5}{2} ; +\infty\right[}$

b) $g(x) = \frac{3x+1}{x^2-4}$ est calculable si et seulement si $x^2 - 4 \neq 0$.

Or, $x^2 - 4 = 0 \iff x^2 - 2^2 = 0 \iff (x+2)(x-2) = 0 \iff x+2=0$ ou $x-2=0 \iff x=-2$ ou $x=2$

Donc $\boxed{\mathcal{D}g = \mathbb{R} - \{-2 ; 2\} =]-\infty ; -2[\cup]-2 ; 2[\cup]2 ; +\infty[}$.

2) Soit L ce point : $L(0 ; y_L)$ car L appartient à l'axe des ordonnées.

$L \in \mathcal{C}f$, donc $y_L = f(x_L) = f(0) = \frac{-4}{\sqrt{5}} = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$: $\boxed{L\left(0 ; -\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)}$

3) $B(2 ; f(2))$ avec $f(2) = \frac{2-4}{\sqrt{2\times 2+5}} = \frac{-2}{\sqrt{9}} = -\frac{2}{3}$, donc $\boxed{B\left(2 ; -\frac{2}{3}\right)}$

$C(10 ; f(10))$ car $C \in \mathcal{C}f$ avec $f(10) = \frac{10-4}{\sqrt{2\times 10+5}} = \frac{6}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$, donc $\boxed{C\left(10 ; \frac{6}{5}\right)}$.

K est le milieu de $[BC]$, donc $K(x_K ; y_K)$ avec :
$$\begin{cases} x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-\frac{2}{3} + \frac{6}{5}}{2} = \frac{\frac{-10+18}{15}}{2} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}. \end{cases}$$

Donc $\boxed{K\left(6 ; \frac{4}{15}\right)}$. $K \in \mathcal{C}f \iff f(6) = \frac{4}{15}$.

On calcule $f(6)$: $f(6) = \frac{6-4}{\sqrt{2\times 6+5}} = \frac{2}{\sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{17}}{17}$.

Par suite, $f(6) \neq \frac{4}{15}$, donc $K \notin \mathcal{C}f$.

Exercice II

1) Evident.

2) $(MN) // (AC)$ car $(MN) \perp (AB)$ et que $(AB) \perp (AC)$.

Dans les triangles BMN et ABC on a : B, M, A aussi alignés et B, N, C alignés.

Donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$

En tenant compte du fait que : $BA = 4$; $AC = 8$; $AM = x$, on a : $BM = 4 - x$.

Donc : $\frac{4-x}{4} = \frac{MN}{8}$, donc $\boxed{MN} = \frac{8(4-x)}{4} = \boxed{2(4-x)}$.

3) $0 \leq x \leq 4$, donc $\mathcal{D}f = [0 ; 4]$

4) $f(x) = AM \times MN = x \times 2(4-x) = 2x(4-x) = 8x - x^2$

5) On doit résoudre l'équation : $f(x) = 7$ avec $0 \leq x \leq 4$.

En seconde, on ne sait pas résoudre algébriquement ce genre d'équation, donc on procède graphiquement :

On construit avec Geogebra la courbe représentative de f sur $[0;4]$.
On lit graphiquement les antécédents de 7 par f.
On obtient : $x \approx 1{,}29$ et $x \approx 2{,}71$.
Pour ces deux valeurs on a une aire de AMNP environ égale à $7\,cm^2$.

Exercice III

Exercice III

a) $V_i \xrightarrow{-30\%} 91€$

$\times CM$ avec $CM = 1 - \frac{30}{100} = 0{,}7$

$V_i \times CM = 91$

$V_i \times 0{,}7 = 91$

$V_i = \frac{91}{0{,}7} = 130$ Le prix initial de la veste était de 130€.

b) $p = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = \frac{2{,}42 - 2{,}15}{2{,}15} \times 100 = \frac{0{,}27}{2{,}15} \times 100$

$p \approx 13$: Le prix du ticket a augmenté d'environ 13 %.

Exercice IV

1) Soit p la proportion de femmes au sein de l'assemblée : $p = \frac{224}{577}$; $p \approx 0{,}388$
Il y a donc environ 38,8 % de femmes dans cette assemblée.

2) Notons p_A (respectivement p_B) le pourcentage d'externes de la classe A (resp. classe B).

a) $p_A = \frac{12}{30} \times 100 = 40$ et $p_B = \frac{11}{25} \times 100 = 44$.

En 2°A, il y a 40 % d'externes, et en 2°B, il y en a 44 %.

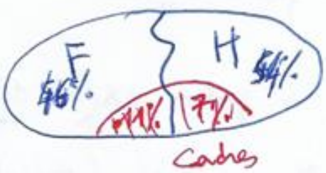
b) Notons p_E le pourcentage d'externes sur l'ensemble des deux classes : il y a $12 + 11 = 23$ externes sur un total de $30 + 25 = 55$ élèves.

$p_E = \frac{23}{55} \times 100$ $p_E \approx 41{,}8$. Environ 41,8 % sont externes

c) $\frac{p_A + p_B}{2} = \frac{40 + 44}{2} = \frac{84}{2} = 42$. Or $42 \neq \frac{23 \times 100}{55}$! Donc il fait faux !
Cet élève fait comme s'il y avait le même nombre d'élèves dans chaque classe, voici son erreur !

3)

Taux d'évolution	-23%	$+58\%$	$-4{,}5\%$	$+157\%$
CM	0,77	1,58	0,955	2,57



4a) 46% des salariés sont des femmes dont 11% sont des cadres : Il y a donc, parmi les femmes, 89% (100% − 11%) de non cadres.

Notons P_{NC} la proportion de [illegible] $P_{NC} = \frac{46}{100} \times \frac{89}{100} \times 100 = 40,94$

De même 54% des salariés sont des hommes, parmi lesquels 93% ne sont pas des cadres.

Donc pour les hommes : $\tilde{P}_{NC} = \frac{54}{100} \times \frac{93}{100} \times 100 = 50,22$

Il y a donc : $p = 40,94 + 50,22 = 91,16$ soit 91,16% des salariés de cette entreprise ne sont pas des cadres !

b) Le pourcentage de cadres dans l'entreprise est : $100\% - 91,16\% = 8,84\%$

Ces 85 personnes représentent donc 8,84% de l'entreprise.

Nb cadres	85	8,84
effectif entreprise	N	100

Donc $N = \frac{85 \times 100}{8,84}$

$N \approx 961$

Il y a donc (environ) 961 employés dans cette entreprise.

5) $\boxed{\text{Hors été}} \xrightarrow[+t\%]{\times CM} \boxed{\text{Été}}$

+54000 habitants

$CM = 13 = 1 + \frac{t}{100}$ où t est le taux d'évolution entre l'effectif de la population hors saison et celle en été

$13 = 1 + \frac{t}{100}$, donc $\frac{t}{100} = 13 - 1 = 12$, donc $t = 1200$

Il y a eu une augmentation de population de 1200% dans cette île l'été

$1200\% \longrightarrow 54000$ habitants

donc $100\% \longrightarrow \frac{54000}{12} = 4500$ habitants. L'île compte donc 4500 habitants hors-saison

Exercice V

II – J'ai donc gagné : $\frac{49}{100} \times 200 = 98$ parties.

Soit x le nombre de parties joués et gagnés en plus des 200 déjà faits. (lorsque le nombre de parties soit minimum)

$$\frac{98+x}{200+x} \geq \frac{1}{2} \quad \text{donc } 98+x \geq \frac{200+x}{2} \quad \text{car } 200+x > 0.$$

$$98+x \geq 100+\frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2} \geq 2$$

$$x \geq 4$$

Il faut jouer et gagner 4 parties au minimum en plus pour qu'il en soit ainsi.

III – Il utilisera : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ du volume d'eau d'avant.

Il a donc réduit de $\boxed{\frac{7}{16}}$ $\left(= 1-\frac{9}{16}\right)$ sa consommation d'eau.