Exercice I

1) $\boxed{A} = -\dfrac{2}{9} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{-2\times 2}{9\times 2} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{-4}{18} + \dfrac{5}{18} = \dfrac{-4+5}{18} = \boxed{\dfrac{1}{18}}$

$\boxed{B} = \dfrac{15}{4} \times \dfrac{1}{10} = \dfrac{15}{4\times 10} = \dfrac{3\times \cancel{5}}{4\times 2\times \cancel{5}} = \boxed{\dfrac{3}{8}}$

$\boxed{C} = 2 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{1} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2\times 12}{1\times 12} - \dfrac{1\times 4}{3\times 4} + \dfrac{1\times 3}{4\times 3} = \dfrac{24}{12} - \dfrac{4}{12} + \dfrac{3}{12} = \boxed{\dfrac{23}{12}}$

$D = \dfrac{3}{5} - \dfrac{3}{5} \div \dfrac{4}{5} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{3}{5} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{3\times 5}{5\times 4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{15}{20} = \dfrac{3\times 4}{5\times 4} - \dfrac{15}{20} = \dfrac{12}{20} - \dfrac{15}{20}$

$\boxed{D} = \boxed{\dfrac{-3}{20}}$

$E = \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{7}\right) \times \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{7}\right) = \left(\dfrac{2\times 7}{3\times 7} + \dfrac{5\times 3}{7\times 3}\right) \times \left(\dfrac{2\times 7}{3\times 7} - \dfrac{5\times 3}{7\times 3}\right)$

$\boxed{E} = \left(\dfrac{14}{21} + \dfrac{15}{21}\right) \times \left(\dfrac{14}{21} - \dfrac{15}{21}\right) = \dfrac{29}{21} \times \dfrac{(-1)}{21} = \dfrac{-29}{21^2} = \boxed{\dfrac{-29}{441}}$

Autre méthode pour le E : $E = \underbrace{\left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{7}\right)\left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{7}\right)}_{\text{de type } (a+b)(a-b) \text{ avec : } a = \frac{2}{3} \text{ et } b = \frac{5}{7}} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{5}{7}\right)^2 = \dfrac{4}{9} - \dfrac{25}{49}$

et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$\boxed{E} = \dfrac{4\times 49}{9\times 49} - \dfrac{25\times 9}{49\times 9} = \dfrac{196-225}{441} = \boxed{\dfrac{-29}{441}}$

2) $a = \dfrac{2}{3}$; $b = \dfrac{-3}{2}$; $c = -\dfrac{3}{4}$. Rappel : $\dfrac{x}{y} \div \dfrac{z}{t} = \dfrac{x}{y} \times \dfrac{t}{z}$.

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{c} + \dfrac{c}{a} = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{-3}{2}} + \dfrac{\frac{-3}{2}}{\frac{-3}{4}} + \dfrac{\frac{-3}{4}}{\frac{2}{3}} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{(-3)} + \dfrac{3}{2} \times \dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{4} \times \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{c} + \dfrac{c}{a} = -\dfrac{4}{9} + \dfrac{\cancel{3}\times 4}{2\times \cancel{3}} - \dfrac{9}{8} = -\dfrac{4}{9} + \dfrac{2}{1} - \dfrac{9}{8} = \dfrac{-4\times 8}{9\times 8} + \dfrac{2\times 72}{1\times 72} - \dfrac{9\times 9}{8\times 9}$

$\boxed{\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{c} + \dfrac{c}{a}} = \dfrac{-32}{72} + \dfrac{144}{72} - \dfrac{81}{72} = \dfrac{-32+144-81}{72} = \boxed{\dfrac{31}{72}}$

3) $A = -2(5x+4)$. <u>Rappel</u> : pour tous réels k, a et b : $k(a+b) = ka + kb$.

$A = -2 \times 5x + (-2) \times 4$

$\boxed{A = -10x - 8}$

$B = -(3x-1) - (-x+7)$

$\boxed{B} = -3x + 1 + x - 7 = -3x + x + 1 - 7 = \boxed{-2x - 6}$

$C = (3x-5)(x-3)$

$C = 3x \times x - 3x \times 3 - 5x + 5 \times 3$

$C = 3x^2 - 9x - 5x + 15$

$\boxed{C = 3x^2 - 14x + 15}$

$D = (3x+4y)(x+y)$

$D = 3x \times x + 3x \times y + 4y \times x + 4y \times y$

$D = 3x^2 + 3xy + 4yx + 4y^2$

Or $xy = yx$, donc $D = 3x^2 + 3xy + 4xy + 4y^2$

$\boxed{D = 3x^2 + 7xy + 4y^2}$

$E = 2a(a^2 + a)$

$E = 2a \times a^2 + 2a \times a$

$\boxed{E = 2a^3 + 2a^2}$

4) Si $x = -1$, alors $2x^2 + 3x + 1 = 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 1 = 2 \times 1 - 3 + 1 = \underbrace{2-3}_{-1} + 1 = 0$

Donc <u>-1 est bien solution de l'équation : $2x^2 + 3x + 1 = 0$.</u>

5) Prenons <u>$x = 5$ et $y = 6$</u> : $x < y$ car $5 < 6$

L'opposé de x est $-x = -5$, l'opposé de y est $-y = -6$.

Or $-5 > -6$, on a : $-x > -y$ donc l'affirmation est fausse. (On a trouvé un contre exemple qui montre que <u>cette affirmation est fausse</u>).

<u>Exercice II</u>

$\boxed{A} = 24x + 8 = 8 \times 3x + 8 \times 1 = \boxed{8(3x+1)}$ (<u>Rappel</u> : $k \times a + k \times b = k(a+b)$).

$\boxed{B} = 5x^2 - x = 5 \times x \times x - x \times 1 = \boxed{x(5x-1)}$

$C = (2x+3)(x+11) + (2x+3)^2$

$C = \underbrace{(2x+3)}(x+11) + \underbrace{(2x+3)}(2x+3)$

Facteur commun.

$C = (2x+3)(x+11+2x+3)$

$\boxed{C = (2x+3)(3x+14)}$

$D = 28xy - 4x - 21y + 3$

$D = \underbrace{4x \times 7y - 4x \times 1}\ \underbrace{- 3 \times 7y + 3 \times 1}$

$D = 4x(7y-1) - 3(7y-1)$: ici apparait un facteur commun : $7y-1$

$\boxed{D = (7y-1)(4x-3)}$

2) $E = 10 - 10^2 + 10^{-1} + 10^{-2}$

$E = 10 - 100 + 0{,}1 + 0{,}01$

$E = -90 + 0{,}11$

$\boxed{E = -89{,}89}$

Exercice III

XYX est le plus grand possible nécessite d'avoir $X = 9$.

Or $9Y9$ n'est pas multiple de 6 car son chiffre des unités 9 n'est pas pair !

(être multiple de 6 c'est être dans la table de 6, donc a fortiori dans celle de 2).

Donc $X = 8$ et le palindrome s'écrit : $8Y8$.

On a envie de mettre 9 pour Y, sauf que 898 n'est pas un multiple de 6 car non multiple de 3. ($8+9+8 = 25$ et 25 non multiple de 3).

Pour $Y = 8$, on a 888 qui est bien multiple de 3 ($8+8+8 = 24 = 8 \times 3$).

Donc le plus grand palindrome à 3 chiffres ~~pair~~ et multiple de 6 est 888.

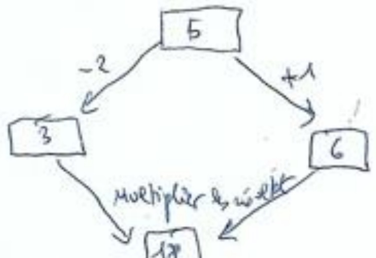
La somme des chiffres de ce nombre vaut donc : $8+8+8 = \boxed{24}$.

(!) Il faut bien avoir en tête, pour résoudre cet exercice, qu'être multiple de 6, c'est être à la fois multiple de 2 et multiple de 3.

Exercice IV

Partie A

1)



Résultat final $= (5-2)(5+1) = 3 \times 6 = 18$

2) Si on prend au départ $-\frac{3}{2}$:

En sortie on aura : $\left(-\frac{3}{2} - 2\right) \times \left(-\frac{3}{2} + 1\right) = \left(-\frac{3}{2} - \frac{4}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2} + \frac{2}{2}\right) = -\frac{7}{2} \times \frac{(-1)}{2} = \boxed{\frac{7}{4}}$

Partie B

a) x choisi au départ.

$\boxed{\text{Résultat final} = (x-2)(x+1)}$

b) On veut que $\underline{(x-2)(x+1)=0}$.

D'après le théorème du produit nul, cela revient à dire que : $x-2=0$ ou $x+1=0$

c'est à dire : $x=2$ ou $x=-1$.

$\boxed{-1 \text{ et } 2 \text{ sont les deux choix possibles au départ pour obtenir } 0 \text{ comme résultat final}}$.

c) Soit x un nombre choisi au départ.

D'après la question a), on veut que : $\underbrace{(x-2)(x+1)}_{\text{nombre obtenu au résultat final}} = \underbrace{x^2}_{\text{carré du nombre de départ.}}$

On développe : $x^2+x-2x-2=x^2$

$x-2x-2=0$ (on a simplifié par x^2 à gauche et à droite)

$-x-2=0$

$x=-2$

-2 est le nombre à choisir au départ pour obtenir à l'arrivée $(-2)^2=4$.

Exercice V

$AC = 36$ cm
$BD = 48$ cm.

Rappel : 1) les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu
2) Un losange a ses quatre côtés de même longueur.

Soit p le périmètre du losange.

On a : $\underline{p = 4 \times AB}$ d'après le point 2).

Soit I le point d'intersection des diagonales du losange ABCD : d'après le point 1) rappelé le triangle IAB est rectangle en I, avec : $\begin{cases} IA = \frac{AC}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm} \\ IB = \frac{BD}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm} \end{cases}$ (rappel point 1)

Donc d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle IAB rectangle en I on a :

$AB^2 = IA^2 + IB^2$

$AB^2 = 18^2 + 24^2 = 324 + 576 = 900$

alors $AB = \sqrt{900} = 30$ cm.

Par suite, $P = 4 \times 30 = 120$ cm.

Le losange ABCD a donc pour périmètre 120 cm.

Exercice VI

Vu qu'il dit vrai le Jeudi et Vendredi, sur les sept réponses qu'il va fournir, deux consécutives doivent être identiques !

OR ici, il n'y a aucune réponse consécutive identique sur les six premiers jours.

Cela laisse donc deux alternatives possibles :

1) Le dernier Bob a été prononcé un Jeudi

ou bien 2) Le premier Matt a été prononcé un ~~Vendredi~~ Vendredi.

1) Si Bob a été prononcé un Jeudi, alors on aurait :

Matt	Bob	Matt	Bob	John	Bob	Bob
Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi

OR, le Mardi, il ment, donc il ne s'appelerait pas Bob en contradiction avec la réponse du Jeudi où il dit vrai.

Ainsi, l'alternative 1 n'a pas lieu d'être.

Conclusion : Le premier Matt a été prononcé un Vendredi, donc la réponse va facilement découler :

Matt	Bob	Matt	Bob	John	Bob	MATT
Vendredi	Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi

jours consécutifs !

Il répondra donc Matt et on sera un Jeudi !

Il s'appelle Matt.