Exercice 0

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	x	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$2x$

Soit x la probabilité d'obtenir un 1 :

On a : $x+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+2x=1$

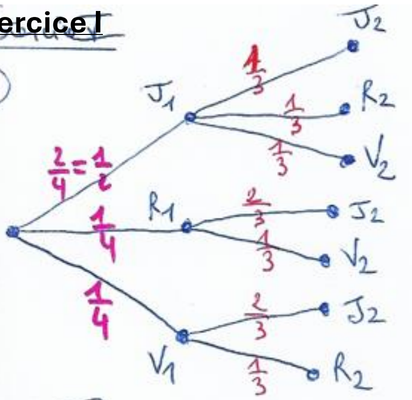
$$3x = 1-\frac{4}{6} = 1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$x=\frac{\frac{1}{3}}{3}=\frac{1}{9}. \qquad S=\left\{\frac{1}{9}\right\}$$

La probabilité d'obtenir un six est donc égale à $\frac{2}{9}$.

Exercice I

1)



⚠ Pas de remise ici !

2) Il y a donc $\boxed{7}$ issues possibles ici.

3) $\boxed{P(R)=\frac{1}{4}}$; $P(J)=\underbrace{P(J_1\cap J_2)}+\underbrace{P(R_1\cap J_2)}+\underbrace{P(V_1\cap J_2)}$

$$P(J)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$$

$$\boxed{P(J)}=\frac{1}{6}+\frac{2}{12}+\frac{2}{12}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

b) $R\cap J$ = « Piocher un jeton rouge en 1^{e} et un jeton jaune en second ».

$P(R\cap J)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$ (arbre !)

c) $\boxed{P(R\cup J)}=P(R)+P(J)-P(R\cap J)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{6}{12}-\frac{2}{12}=\boxed{\frac{7}{12}}$

4) a) $N=(R_1\cap V_2)\cup(V_1\cap R_2)$

$$P(N)=\underbrace{P(R_1\cap V_2)}+\underbrace{P(V_1\cap R_2)}$$

$$\boxed{P(N)}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\boxed{\frac{1}{6}}$$

b) $\overline{N}$ = « au moins un des deux jetons tirés est jaune ».

$$\boxed{P(\overline{N})}=1-P(N)=1-\frac{1}{6}=\boxed{\frac{5}{6}}$$

Exercice II

1) E $= A \cap B$

F $= A \cup B$

G $= \overline{A} \cap \overline{B}$

H $= A \cap \overline{B}$

I $= (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$

2) D'après l'énoncé $p(\text{F}) = 1$ car au moins un des deux distributeurs fonctionne !

$p(\text{G}) = 0$ car G est un événement impossible.

Enfin : $p(F) = 1 = p(A \cup B) = p(\text{A}) + p(\text{B}) - p(A \cap B)$

Donc : $1 = 0{,}8 + 0{,}6 - p(A \cap B)$ donc $p(A \cap B) = 0{,}8 + 0{,}6 - 1 = 0{,}4$.

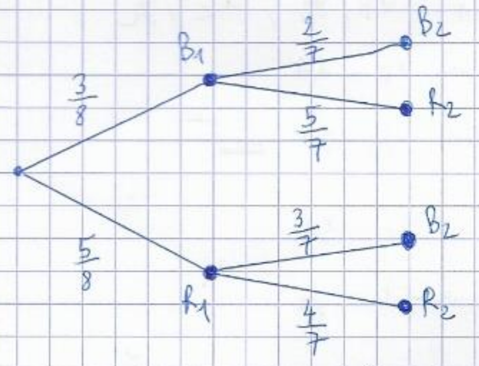
3) C'est faux : prenons pour contre-exemple celui de la question 2) :

$p(A \cap B) = 0{,}4$ tandis que $p(A) \times p(B) = 0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}48$.

Or $0{,}4 \neq 0{,}48$, donc $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$: l'affirmation énoncée est donc fausse !

Exercice III

Ci-après :

1) 

$P(B_1) = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$ $\left(\dfrac{\text{nombre de cas favorables à la réalisation de } B_1 = 3}{\text{nombre total de cas} = 3+5 = 8}\right)$.

⚠ au $2^{\text{ème}}$ tirage, il n'y a plus que 7 boules en tout dans l'urne, et il faut tenir compte de la couleur de la boule obtenue au 1^{er} tirage.

2) Nommons B = " obtenir un tirage formé de 2 boules blanches ".

$B = B_1 \cap B_2$

$\boxed{P(B)} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2 \times 7} = \boxed{\frac{3}{28}}$ (1 seul chemin de l'arbre passe par B_1 puis par B_2).

3) Nommons C l'événement : " obtenir un tirage bicolore ".

$C = (B_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap B_2)$

Sur l'arbre, 2 chemins réalisent l'événement C :

$P(C) = \underbrace{P(B_1 \cap R_2)} + \underbrace{P(R_1 \cap B_2)}$

$P(C) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$

$\boxed{P(C)} = \frac{3 \times 5 \times 2}{8 \times 7} = \frac{3 \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 4 \times 7} = \boxed{\frac{15}{28}}$

Exercice IV

a) Il y a $10^4 = 10000$ codes différents possibles.

b) $p = \frac{1}{10000} = 0,0001$ car un seul cas favorable "1234" sur les 10000 qui s'offrent à nous.

c) Pour chacun des quatre chiffres à taper on a 5 choix possibles : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
Donc d'après le principe multiplicatif, il y a $5\times5\times5\times5 = 625$ codes contenant que des chiffres pairs.
Donc $p' = \frac{625}{10.000} = 0,0625$ est la probabilité de taper un code ne contenant que des chiffres pairs.

d) c'est $p'' = 1 - p' = 1 - 0,0625 = 0,9375$ vu que l'événement "Au moins un chiffre impair" est l'événement contraire de "taper un code ne contenant que des chiffres pairs".

e) Notons C l'événement : "le code se termine par 5".
H l'événement : "le code se termine par 8".

On cherche $p(C \cup H)$.

Or, $\overline{C\cup H} = \overline{C} \cap \overline{H}$ = " Code ne finissant ni par 5, ni par 8" : Il y a $10\times10\times10\times8$ tels codes

$p(\overline{C}\cap\overline{H}) = \frac{8000}{10000} = 0,8$.

10000

donc $p(C\cup H) = 1 - p(\overline{C\cup H}) = 1-0,8 = 0,2$.

Rq : Ici, l'indication n'était pas utile ! C et H sont incompatibles, donc $p(C\cup H) = p(C)+p(H)$ avec de façon triviale, $p(C) = p(H) = 0,1$

8) 8 choix 8 choix 8 choix 4 choix (2 ; 4 ; 6 ou 8).

Il y a donc $N = 8\times 8\times 8\times 4 = 2048$ cas favorables à la réalisation de cet évènement.

Donc la probabilité de cet évènement est $p'' = \dfrac{2048}{10000} = 0,2048$.

9) Pour taper un code comportant 3 chiffres identiques, il faut :

① Choisir un entier entre 0 et 9 (10 choix possibles) pour le chiffre répété.

② Positionner les trois chiffres répétés parmi les 4 positions (par exemple, si le chiffre répété est le 3, il y aura quatre possibilités : 333* ; 33*3 ; 3*33 , *333

③ Choisir enfin un chiffre distinct de celui répété, ce qui offre 9 possibilités.

Il y a donc $N = 10\times 4\times 9 = 360$ codes comportant exactement trois chiffres identiques.

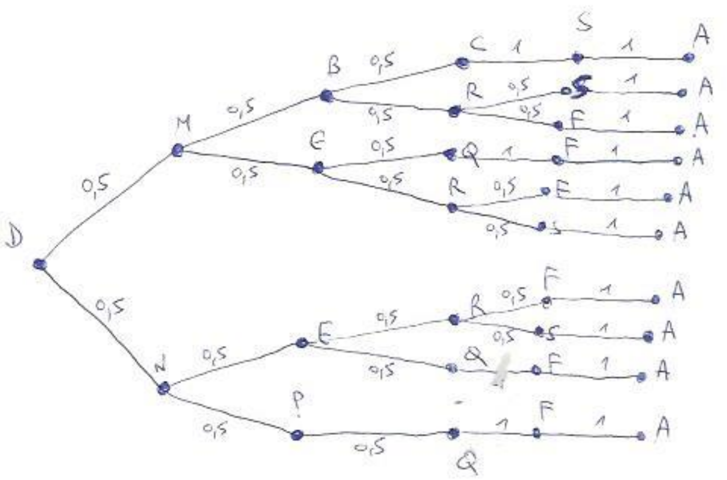
Par suite, la probabilité de taper un code ayant exactement trois chiffres identiques est :

$\tilde{p} = \dfrac{360}{10.000} = 0,036$

h) c'est $\tilde{\tilde{p}} = \dfrac{10}{10000} = 0,001$ car il n'y a que 10 cas favorables 0000 ; - - - ; 9999 sur un total de 10000 (équiprobabilité).

Exercice V

0)



1) Grâce à l'arbre, on dénombre 10 chemins différents pour aller de D jusqu'à A.

2) ⚠ Chacun des 10 chemins de l'arbre n'a pas la même probabilité de réalisation !

a) Notons Ω_B = " Elle passe par B".

$P(\Omega_B) = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

(Peu importe ici ce qu'il y a après B)

b) Notons Ω_E = " Elle passe par E".

$P(\Omega_E) = 0,5 \times 0,5 + 0,5 \times 0,5$

$P(\Omega_E) = 0,25 + 0,25 = 0,5$.

c) Notons $\Omega_{B \cap C}$ = " Elle passe par B et C".

$P(\Omega_{B \cap C}) = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 1 \times 1 = 0,125 = \frac{1}{8}$

d) Notons $\Omega_{E \cap F}$ = " Elle passe par E et F".

$P(\Omega_{E \cap F}) = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 1 \times 1 + 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 1 + 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 1 + 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 1 \times 1$.

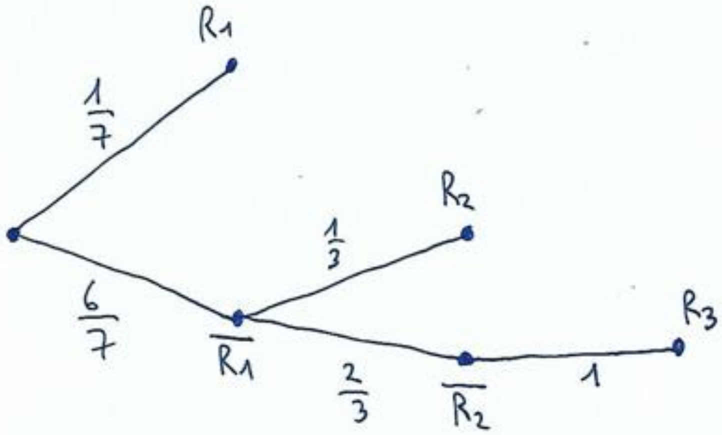
$P(\Omega_{E \cap F}) = 0,5^3 + 0,5^4 + 0,5^4 + 0,5^3 = 2 \times 0,5^3 + 2 \times 0,5^4 = 2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

e) $\Omega_{E \cap C}$ = " Elle passe par E et C".

$P(\Omega_{E \cap C}) = 0$.

Exercice VI

Notons R_1 (resp. R_2, resp. R_3) l'évènement : Matt rencontre Mathilde au 1er tour (resp. 2e tour resp. 3ème tour).



Au 1e tour il y a 7 autres joueurs possibles.

Au 2e tour, il y a 3 autres joueurs que lui (4 ont été éliminés au tour 1).

F = "Matt arrive en finale".

$F = \overline{R_1} \cap \overline{R_2} \cap R_3$: $\boxed{P(F)} = \frac{6}{7} \times \frac{2}{3} \times 1 = \frac{12}{21} = \boxed{\frac{4}{7}}$